Más allá de calcular

El pensamiento matemático de alumnas y alumnos sobresalientes

Características y testimonios de estudiantes sobresalientes en matemáticas

Cruz Evelia Sosa Carrillo
Aldo Uriarte Portillo
Silverio Camarena Garay

astra editorial

Más allá de calcular

El pensamiento matemático de alumnas y alumnos sobresalientes

Características y testimonios de estudiantes sobresalientes en matemáticas

astra
editorial

Más allá de calcular
El pensamiento matemático de alumnas y alumnos sobresalientes

Características y testimonios de estudiantes sobresalientes en matemáticas

Cruz Evelia Sosa Carrillo
Aldo Uriarte Portillo
Silverio Camarena Garay

astra
editorial

Más allá de calcular. El pensamiento matemático de alumnas y alumnos sobresalientes. Características y testimonios de estudiantes sobresalientes en matemáticas. Autores: Cruz Evelia Sosa Carrillo, Aldo Uriarte Portillo y Silverio Camarena Garay —Sinaloa, México. 2024.

174 P. 23 cm.

Primera edición

ISBN: **979-13-88142-22-2**

DOI: **https://doi.org/10.61728/AE20259716**

D. R. © copyright 2025. Cruz Evelia Sosa Carrillo, Aldo Uriarte Portillo y Silverio Camarena Garay

La presente obra fue dictaminada bajo el sistema de doble ciego y cuenta con el aval de los dictámenes de pares académicos.

Edición y corrección: **Astra ediciones**

Todos los contenidos de esta publicación, se comparten bajo la licencia Creative Commons Atribución/Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (**CC BY-NC-SA 4.0**), Esto implica que no está autorizado el uso comercial de la obra original ni de las eventuales obras derivadas, las cuales deberán distribuirse bajo la misma licencia que rige la obra original. No obstante, se permite a terceros compartir el contenido siempre y cuando se reconozca debidamente la autoría y la publicación original en esta editorial.

HECHO EN MÉXICO | MADE IN MEXICO

Agradecimientos

Expresamos nuestro profundo agradecimiento a las y los directivos de CONFÍE – Centro de ciencias de Sinaloa, por su valioso apoyo institucional, su disposición y su constante colaboración, elementos que hicieron posible la realización de este libro. Su liderazgo y compromiso con la mejora continua de los procesos educativos han sido determinantes para impulsar espacios de aprendizaje que promueven el talento y el desempeño matemático de las alumnas y los alumnos.

Dr. Carlos Karam Quiñones
Ing. José María Conde Uraga
Dra. Martha Zarain Herzberg
MP. Jesús Enrique Ruiz Cortez
Ing. Pablo Isaac Coria López

Nuestro sincero agradecimiento a las y los docentes de primaria y secundaria que, con disposición, generosidad y apertura, compartieron sus testimonios para la elaboración de esta obra. Sus experiencias y reflexiones enriquecen esta obra y ofrecen una valiosa visión sobre la enseñanza de las matemáticas y la formación de estudiantes olímpicos.

Nohemí Gallardo Murillo
Edmar Mota García
Angélica María Bermúdez Palomares
Yadira Eréndira Torres Vera
Julio César Ramos González
Óscar Velázquez Ortega
Rosario Elizabeth Beltrán Sauceda
Nadia del Rocío Pelayo Ochoa

Extendemos un reconocimiento especial a las alumnas y los alumnos olímpicos que han participado activamente en las distintas etapas de la Olimpiada de Matemáticas del nivel básico, quienes generosamente aportaron las soluciones a los problemas que se comparten en este libro. Estas soluciones constituyen un recurso de gran valor para las y los docentes, al permitirles conocer y analizar diversas estrategias de resolución de problemas, así como acercarse al pensamiento matemático que desarrollan las y los participantes en estas competencias.

Contenido

Agradecimientos **7**
Prólogo **13**
Introducción **15**

Capítulo 1
Características de las alumnas y alumnos sobresalientes en matemáticas **17**
Características intelectuales de los AASM 20
La participación docente 25
Problemas desafiantes 25
Proyectos contextualizados 26
Resolución de problemas y modelado matemático 26
Minitorneos y competencias 27
Estrategias para potencializar las características de los AASM 27
Explorar, conjeturar y demostrar 28
Software matemático, simuladores y programación elemental 30
Matemáticas recreativas y juegos estratégicos 32

Capítulo 2
La importancia de una atención especial **35**
Programas de atención especial a AASM en México 38
Programas especiales en Sinaloa 41
Programa TalentoS 41
Propósito general 45
Perfil del egresado del programa 48
Contenidos 49
Relación entre los saberes y rasgos del perfil de egreso que se promueven en el programa de TalentoS 51
Orientaciones didácticas generales durante la implementación del programa 53

Aprendizaje basado en proyectos....54
Resultados esperados del programa....56

Capítulo 3
La participación de AASM en las Olimpiadas de Matemáticas....57
XIII Olimpiada en Culiacán Sinaloa....59
XIV Olimpiada en Mazatlán, Sinaloa....63
Algunas anécdotas....64
Participación de Sinaloa en la XXV Olimpiada Nacional en Cholula, Puebla....65
Entrevistas a delegados, diseñadores de reactivos olímpicos y entrenadores....67
La formación del profesorado, parte esencial del proceso....77
La participación de alumnas y alumnos sinaloenses en las olimpiadas de matemáticas....80

Capítulo 4
El pensamiento matemático en los alumnos sobresalientes de primaria....91
Primer grado....93
Segundo grado....97
Tercer grado....100
Cuarto grado....104
Quinto grado....109
Sexto grado....116
Testimonios de AASM del nivel primaria....122
Comportamientos, habilidades y actitudes comunes de AASM al resolver problemas olímpicos....124

Capítulo 5
El pensamiento matemático en los alumnos sobresalientes de secundaria....127
Primer grado....128
Segundo grado....138

Tercer grado 148
Testimonios de AASM del nivel secundaria 157
Instrumentos para identificar talento matemático en estudiantes olímpicos 163
Rúbrica de identificación del estudiante con perfil olímpico 163
Guía para detectar talento matemático en el aula 164
Ficha de observación docente 165

Prólogo

Generar espacios de participación académica para niños, niñas, adolescentes y jóvenes de educación básica y media superior es una tarea compleja y desafiante, especialmente en el ámbito de las matemáticas, dado que, en conjunto con el lenguaje, está considerada como una disciplina que contribuye al desarrollo personal, social y académico.

Desde 1981, en Sinaloa se ha impulsado la organización de eventos académicos dirigidos a niñas, niños, adolescentes y jóvenes. A lo largo de estos años, he tenido la fortuna de coincidir y colaborar con muchos colegas de Instituciones de Educación Superior (IES), de la Secretaría de Educación Pública y Cultura, y de manera muy especial del Centro de Ciencias de Sinaloa, tales como la Dra. Cruz Evelia Sosa Carrillo y el Mtro. Silverio Camarena Garay, quienes desde el año 2012, a través de la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas, Capítulo Sinaloa, han impulsado la realización de las Olimpiadas de Matemáticas a nivel básico y, obviamente, dichos compañeros maestros han participado en la preparación y entrenamiento de los estudiantes que se han destacado y, por ende, participado a nivel nacional e internacional.

Desde el año 2022, se incorpora al equipo de trabajo el Dr. Aldo Uriarte Portillo, contribuyendo en el ámbito tecnológico, brindando soporte técnico y automatizando procesos que intervienen en la organización y ejecución de las olimpiadas en las etapas regional y estatal.

Con el propósito de compartir sus conocimientos y su invaluable experiencia con docentes de nuestro Estado, en el Centro de Ciencias de Sinaloa se han diseñado e impartido cursos y talleres dirigidos al diseño, elaboración y evaluación de problemas olímpicos en matemáticas. Este trabajo formativo se promueve a través de cursos, talleres, diplomados, conferencias y la Maestría en Docencia de las Ciencias Campo Formativo, Saberes y Pensamiento Científico.

Los autores se han destacado obteniendo con sus alumnos diversas medallas olímpicas a nivel nacional; el trabajo de ellos y de un gran grupo de profesores ha sido arduo: muchas horas de entrenamiento, acompañamiento y asesoría para lograr obtener resultados satisfactorios.

Los concursos u olimpiadas en matemáticas son espacios en donde los alumnos interesados participan de manera muy comprometida con el apoyo de sus familias, escuelas y sus entrenadores. Las olimpiadas de matemáticas son además, espacios de convivencia entre delegaciones y entre comunidad académica en matemáticas a nivel nacional y en ellas, con rigor académico y responsabilidad, nuestros alumnos se han destacado en los últimos años y esto se ha logrado gracias al trabajo que han realizado nuestros compañeros como colaboradores, diseñadores y entrenadores y lo importante también, es que esto se extiende a los profesores de alumnos que participan en las asesorías y entrenamientos, esto se lleva a cabo por medio de La Coordinación General para el Fomento a la Investigación Científica e Innovación, a través del Centro de Ciencias, con el respaldo de la Secretaría de Educación Pública y Cultura del Estado de Sinaloa.

Sin duda alguna, esta obra, que presenta las características de las alumnas y los alumnos sobresalientes en matemáticas, sus testimonios y problemas olímpicos resueltos, así como las opiniones de profesores sobre las actitudes y el desempeño de este tipo de estudiantes, será de gran utilidad para el profesorado de educación básica en la mejora de la calidad de la enseñanza de las matemáticas en Sinaloa. Todo ello en consonancia con lo que señala la Academia Mexicana de Ciencias: que las matemáticas sean para la ciencia lo que la ciencia es para la tecnología.

Jesús Enrique Ruiz Cortez

Introducción

El desarrollo de programas adecuados para alumnas y alumnos sobresalientes en matemáticas es esencial, pues estos estudiantes poseen el potencial de generar avances significativos en diversos ámbitos. Brindarles una educación que desafíe y estimule su talento no solo favorece su crecimiento intelectual y creativo, sino que también fortifica su capacidad para resolver problemas complejos, impulsar el pensamiento innovador y contribuir al avance del conocimiento. Además, el apoyo a niñas, niños y jóvenes promueve la formación de futuros líderes y eleva el nivel educativo en general, generando un entorno donde todos los estudiantes puedan aspirar a un aprendizaje más profundo y desafiante.

Atender adecuadamente a las alumnas y alumnos sobresalientes por medio de programas especializados puede traer numerosos beneficios, tanto para ellos mismos como para su comunidad, entre los cuales se incluyen:

- Desarrollo del talento: Se maximiza el potencial de los estudiantes excepcionales, lo que puede llevar a avances en ciencia, tecnología, arte y otros campos.
- Innovación y competitividad: Estudiantes altamente capacitados contribuyen a la innovación y mejoran la competitividad del país en el escenario global.
- Liderazgo futuro: Se cultivan futuros líderes que pueden influir positivamente en la sociedad, la economía y la política.
- Mejora de la educación: La existencia de programas avanzados puede elevar los estándares educativos en general, beneficiando tanto a estudiantes como a maestros.
- Retención de talento: Al proporcionar recursos y oportunidades adecuadas, se reduce la fuga de cerebros, ya que los estudiantes brillantes encuentran suficientes razones para quedarse y contribuir a su país.

- Desarrollo económico: Una fuerza laboral altamente capacitada impulsa el crecimiento económico mediante la creación de nuevas empresas y la mejora de las industrias existentes.

Antes de iniciar con el primer capítulo y con el propósito de brindar un contexto más claro, es importante precisar algunos términos fundamentales: problema en matemáticas, resolución de problemas y ejercicios matemáticos. En este sentido, se entiende por problema una tarea que es difícil para un estudiante realizarla por su complejidad de alto nivel cognitivo; el camino para resolver el problema no es fácil de identificar; estos son también llamados "problemas no rutinarios". Este tipo de problemas son muy valiosos porque fomentan la reflexión, la búsqueda de información y el diseño de estrategias de resolución.

Por otra parte, un ejercicio es una tarea matemática que implica el uso de conceptos y de algoritmos regularmente conocidos por los estudiantes. Por ejemplo, elevar un binomio a la cuarta potencia puede ser una tarea compleja para algunos estudiantes de secundaria. Sin embargo, no se considera un problema, sino un ejercicio, debido a que la estrategia para resolverlo es un algoritmo conocido que solo requiere ser aplicado correctamente. Cuando en educación matemática se hace referencia a la resolución de problemas, se refiere principalmente a problemas no rutinarios.

Las tareas matemáticas a las que nos referiremos en este trabajo son problemas del tipo de las olimpiadas de matemáticas, por lo tanto, son problemas no rutinarios.

Capítulo 1

Características de las alumnas y alumnos sobresalientes en matemáticas

Los niños brillantes y curiosos son un recurso natural de las naciones del mundo. Necesitan ser cuidados, apreciados y alentados.
Carl Sagan

El gobierno de México ha mostrado una seria preocupación por atender a las alumnas y alumnos con aptitudes sobresalientes en diferentes momentos, según la Propuesta de intervención: Atención educativa a alumnos y alumnas con aptitudes sobresalientes elaborada por la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2006): los estudiantes que muestran un rendimiento notable en comparación con sus pares, ya sea en el ámbito científico-tecnológico, humanístico-social, artístico o motriz, son considerados con aptitudes sobresalientes.

Debido a sus características particulares, estos niños, niñas y jóvenes necesitan espacios que fomenten la mejora de sus habilidades y respondan a sus intereses, tanto en beneficio propio como para contribuir a la sociedad. Posteriormente, la Secretaría de Educación Pública presentó la Estrategia de Equidad e Inclusión en la Educación Básica (SEP, 2018), dirigida a estudiantes con discapacidad, aptitudes sobresalientes o dificultades graves en el aprendizaje, la conducta o la comunicación, incorporando también el enfoque de Barreras para el Aprendizaje y la Participación (Pizarro, 2019), en lo sucesivo BAP por sus siglas.

En 2022, el área de Educación Especial de la Dirección General de Desarrollo Curricular, adscrita a la Subsecretaría de Educación Básica, de la Secretaría de Educación Pública presenta el documento Atención educativa a estudiantes con aptitudes sobresalientes: preescolar, primaria y secundaria (SEP, 2022a), en donde se indican algunas características generales de las alumnas y alumnos con aptitudes sobresalientes, que consideramos importantes detallar antes de dirigirnos particularmente a las alumnas y alumnos con aptitudes sobresalientes en matemáticas, los cuales serán referidos en adelante como AASM. Desde edad muy temprana, estas características empiezan a hacerse visibles, entre las más comunes (Schoenfeld, 1987) destacan:

- Mantienen la atención por largos períodos en los temas de su interés.
- Tienen una excelente memoria.
- Asimilan con rapidez y generalizan.
- No requieren mucha explicación para entender situaciones problemáticas.
- Manifiestan un nivel de razonamiento alto, explican las razones y las causas que lo originan.
- Aprenden con muy poca o sin instrucción formal.
- Facilidad para leer, comprender, diseñar procesos de solución y aplicarlos.
- Suelen trabajar en abstracto, planeando sus trabajos de manera organizada.

Por otra parte, existen otras características de los AASM: hacen preguntas de manera constante, muchas de estas desafiantes; les gusta investigar y son curiosos. En muchas ocasiones, realizan colecciones y dominan conocimientos al respecto, o bien, tienen conocimientos profundos de alguna área de su interés.

Otro aspecto diferente en los procesos de pensamiento de este alumnado es la utilización de procesos y habilidades metacognitivas; eso lleva a que, en igualdad de condiciones, su calidad de ejecución sea mayor (Basurto, 2023). Asimismo, manifiestan habilidad en el manejo del método hipotético-deductivo.

Poseen capacidad para resolver problemas tanto matemáticos como no matemáticos. Aparece tempranamente en ellos el concepto de cantidad y de número. No aceptan fácilmente disposiciones autoritarias, debido a que les gusta saber el porqué de las cosas y situaciones, razonarlas. En la escuela suelen sobresalir en una o más asignaturas; cuando trabajan, lo hacen con más rapidez, profundidad y extensión que los otros compañeros (Sierra et al., 2006).

Características intelectuales de los AASM

En esta sección, se abordan las características académicas, donde destaca de qué manera manifiestan su interés por la materia y de qué forma un profesor puede detectar en sus alumnos esa disposición hacia la matemática.

Rasgos comunes

Identificar las características comunes de los AASM es fundamental para reconocerlos dentro del aula. Si bien estos rasgos pueden ser diversos, existen algunos patrones recurrentes que suelen presentarse en este tipo de alumnos. Detectar a tiempo a quienes muestran un talento excepcional en matemáticas permite guiarlos hacia un aprendizaje más profundo y estructurado, fomentando su inclinación natural hacia esta área.

Desde una perspectiva docente y basándonos en la observación directa en el aula, es posible señalar ciertos rasgos comunes entre los AASM. Por ejemplo, una profesora de secundaria define a un AASM como: "Un estudiante muy bueno en matemáticas. Siempre entiende todo a la primera, hace cálculos mentales rapidísimo y resuelve los problemas más difíciles sin mucha dificultad. Siempre está buscando aprender más le gustan los problemas de reto. Realmente se nota que las matemáticas son el área donde puede destacar".

Considerando que la profesora hace referencia a una alumna o alumno que demuestra una habilidad excepcional en matemáticas, que muestra una curiosidad intelectual destacada y un fuerte deseo de profundizar en su conocimiento. Por lo tanto, este talento potencial en matemáticas debe ser identificado, canalizado y atendido para incrementar sus habilidades.

En este propósito de enunciar los rasgos comunes de los estudiantes destacados, además de la información que podemos adquirir por la observación en clase, es importante atender lo que algunos teóricos del tema han encontrado en sus investigaciones. De este modo, se puede tener un panorama más amplio y formal de las características comunes de los AASM.

De acuerdo con Jaime A. y Gutiérrez A. (2021), las características comunes de los AASM se manifiestan en la realización de diversas acti-

vidades como la resolución de problemas, el aprendizaje de contenidos y el manejo de algoritmos complejos, de forma notablemente superior al promedio de sus compañeros de curso, ya que lo hacen con mayor rapidez, eficacia y nivel de éxito. Estas características son sustentadas por Krutetskii (1976, [36, pp. 350–351]), donde define un conjunto de características de los estudiantes con alta capacidad en matemáticas (ACM):

- Habilidad para la percepción formalizada del material matemático, para comprender la estructura formal de un problema.
- Habilidad de pensamiento lógico en el terreno de las relaciones cuantitativas y espaciales, símbolos numéricos y literales.
- Habilidad para pensar en símbolos matemáticos.
- Memoria matemática (memoria generalizada para relaciones matemáticas, características típicas, esquemas de argumentos y demostraciones, métodos de resolución de problemas y principios de enfoque).
- Habilidad para la generalización rápida y amplia de relaciones, operaciones y objetos matemáticos.
- Mentalidad matemática. Algunas de dichas características evolucionan con la edad y la formación, siendo un signo de ACM en estudiantes con cierta edad y formación matemática, pero no en otros estudiantes mayores y de cursos superiores.
- Habilidad para abreviar el proceso de razonamiento matemático y el sistema de operaciones correspondientes; habilidad para pensar en estructuras abreviadas.
- Flexibilidad de los procesos mentales durante la actividad matemática.
- Buscar la claridad, simplicidad, economía y racionalidad de las resoluciones.
- Habilidad para la reconstrucción rápida y libre de la dirección de un proceso mental, cambiando de un pensamiento directo a uno inverso (reversibilidad del proceso mental durante el razonamiento matemático).

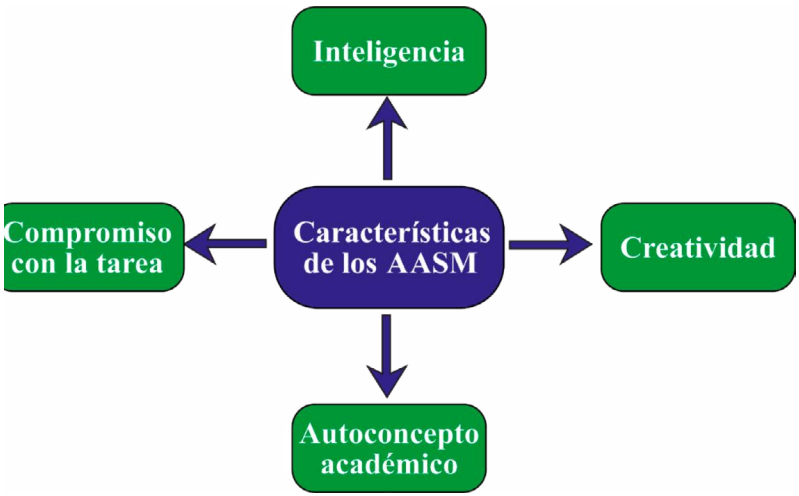
En este mismo sentido, Soto B., Ramírez F. y Tomasini G. (2014), en su investigación para detectar alumnos sobresalientes, indican que “las características de las alumnas y alumnos con aptitud sobresaliente se han abordado en los distintos modelos teóricos diseñados para definirlos. Al realizar un análisis sobre las variables que consideran en la identi-

ficación y estudio de esta población, se observó que incluyen aspectos cognoscitivos, motivacionales, personales y, en los factores externos, se encuentra la percepción de los docentes como elemento clave en la selección" (p. 6).

Las profesoras y profesores en aula son un recurso esencial para detectar a los AASM, debido al tiempo de convivencia académica que tienen con sus estudiantes; llegan a notar características y comportamientos que les permiten determinar si son alumnos sobresalientes.

Los AASM tienen diversas características; a continuación, presentamos algunas consideradas por diversos teóricos como esenciales para definirlos de mejor manera: inteligencia, creatividad, compromiso con la tarea y autoconcepto académico, es decir, la forma particular en que ellos se perciben. Estas características encontradas y estudiadas ampliamente por diversos investigadores se complementan con los rasgos que los profesores detectan en este tipo de estudiantes (González et al., 2012). A continuación (ver Figura 1), tomando como base las definiciones de diversos autores, se presenta en qué consiste cada una de estas características:

Figura 1. *Características de los AASM*



Inteligencia

De acuerdo con Gagné (2010), Mönks y Van Boxtell (1992); y Renzulli (1986) citado en Soto B, Ramírez, F y Tomasini, G (2014), afirman que la inteligencia en las alumnas y alumnos sobresalientes se destaca por una elevada capacidad de memorización que les permite recordar sucesos con gran detalle, les gusta inspeccionar y experimentar de forma continua, suelen comenzar a hablar antes de tiempo, e incluso aprenden a leer desde edades muy tempranas. Asimismo, se ha observado que muestran precocidad para escribir y amplios intereses por distintos temas. La capacidad intelectual general se asocia con altos niveles de pensamiento abstracto, razonamiento verbal y numérico, relaciones espaciales, memoria, fluidez de palabras, así como un procesamiento y recuperación selectiva de la información.

Creatividad

Según Torrance (2008), la creatividad es un proceso que se manifiesta en la capacidad de descubrir cambios, generar nuevas ideas y establecer relaciones novedosas. Para medirla, propuso cuatro indicadores clave:

- Fluidez: se refiere a la facilidad para producir muchas ideas.
- Flexibilidad: implica cambiar de un enfoque a otro.
- Originalidad: se refiere a la capacidad de encontrar soluciones poco comunes.
- Elaboración: consiste en añadir detalles a un trabajo.

La creatividad en los alumnos sobresalientes puede entenderse como la capacidad para generar ideas originales, encontrar soluciones novedosas a los problemas y expresar su pensamiento de manera flexible. Esta cualidad se manifiesta en la facilidad para establecer conexiones entre conceptos, proponer enfoques alternativos y desarrollar ideas con notable profundidad y detalle.

Compromiso con la tarea

La noción de compromiso con la tarea es compleja. Autores como Botías, Higuera y Sánchez (1998) y Rayo (2001), citados en Soto B., Ramírez, F. y Tomasini, G. (2014), señalan que esta se relaciona con la tenacidad de una persona para permanecer con dedicación y esfuerzo durante un tiempo prolongado en una tarea o meta de trabajo. Esto implica perseverancia y trabajo duro, además de interés y motivación.

En este sentido, las observaciones en clase nos indican que los estudiantes sobresalientes que tienen un gusto desarrollado por la matemática pueden olvidarse de todo y concentrarse enteramente en la actividad de resolver problemas. Puede ser notorio en este tipo de estudiantes el interés persistente hacia el logro de las actividades y la gran dedicación hacia las áreas que les gustan.

Autoconcepto académico

El autoconcepto hace referencia a la percepción que una persona tiene de sí misma en diferentes áreas de su vida, entre ellas sus habilidades y desempeño académico (Lahoza i Ubach, 2021). En el caso de los AASM, el autoconcepto matemático se relaciona con la confianza que tienen en su capacidad para resolver problemas, comprender conceptos y enfrentar desafíos en esta disciplina (Cuetos Revuelta, 2024).

Un autoconcepto matemático positivo influye directamente en la motivación, la persistencia y el gusto por el aprendizaje. Los alumnos que confían en sus habilidades tienden a asumir retos con mayor seguridad, buscar soluciones creativas y mantener el interés constante por la materia (Olan S., Medina D., 2024). En contraste, una percepción baja o limitada de sus propias capacidades puede generar ansiedad, propiciar evitar desafíos y restringir su desarrollo, incluso si poseen talento evidente para las matemáticas.

En este sentido, Pomar (2001); Preckel, Goetz, Pekrun y Kleine (2008) argumentan que el autoconcepto académico constituye uno de los principales predictores del rendimiento y del aprendizaje, junto con la motivación y la capacidad intelectual, favorecen una predisposición hacia el éxito y al logro en diversos ámbitos académicos.

La participación docente

La interacción constante entre docentes y estudiantes les permite conocer de manera cercana y confiable tanto las actitudes como las aptitudes de sus alumnos en distintas áreas académicas. Este conocimiento es esencial en la identificación de los alumnos sobresalientes. De acuerdo con Perales (2017), la opinión del profesor es la herramienta más efectiva para detectar a los estudiantes de alto rendimiento en matemáticas o cualquier otra disciplina. Aunque los tutores pueden proporcionar información valiosa, esta suele ser parcial o imprecisa, por lo que la evaluación de los docentes resulta fundamental en el proceso de identificación de talento académico.

Dado que la opinión del docente es clave en este proceso, se vuelve indispensable ofrecerle formación, capacitación y las herramientas adecuadas que faciliten la identificación de las capacidades excepcionales de su alumnado. Contar con criterios claros e instrumentos específicos permitirá a los profesores reconocer el potencial de sus estudiantes con mayor precisión, objetividad y equidad, favoreciendo así su desarrollo académico.

En este trabajo se presentan instrumentos con actividades concretas para detectar a los AASM, ya sea con el propósito de identificar nuevas aptitudes matemáticas de alto nivel o de potenciar las habilidades de alumnos previamente detectados.

El profesor puede implementar estrategias que revelen competencias, como la creatividad, la capacidad para la resolución de problemas, el dominio y uso pertinente de conceptos. Estas estrategias pueden ser:

Problemas desafiantes

Situaciones problemáticas interesantes que no se resuelven con procedimientos mecánicos, sino que requieren del pensamiento crítico y diversas estrategias de razonamiento lógico. Por ejemplo, problemas de olimpiadas matemáticas, acertijos lógicos, problemas con condiciones poco usuales que puedan ser comprendidas con los contenidos del currículo oficial.

Proyectos contextualizados

Problemas y proyectos en donde los estudiantes usen sus habilidades en matemáticas en torno a situaciones del mundo real, como modelar el crecimiento poblacional de su ciudad, recopilar y analizar datos a través de trabajo de campo acerca de contextos relacionados con el consumo de agua, consumo excesivo de bebidas azucaradas o comida chatarra y sus repercusiones con problemas de salud, entre otros; procesando e interpretando los resultados que les permitan diseñar y ejecutar acciones en la problemática a resolver, en donde el estudiante puede tener una visión global desafiante y motivadora. Este tipo de proyectos, además de significar un reto intelectual al aplicar sus conocimientos matemáticos, los motiva a contribuir en su comunidad resolviendo problemas contextuales de su entorno.

Resolución de problemas y modelado matemático

La resolución de problemas y el modelado matemático son procesos fundamentales para desarrollar el pensamiento matemático en estudiantes en general y en particular en los AASM. El pensamiento matemático ha sido abordado desde diversos enfoques. En este trabajo, resulta especialmente relevante el enfoque propuesto por Cantoral (2010), quien lo describe como el proceso mediante el cual los individuos construyen y validan conocimientos matemáticos a través de la resolución de problemas y la interacción en contextos sociales y culturales.

En este sentido, Cantoral señala que: “Dado que la actividad humana involucra procesos de razonamiento y factores de experiencia cuando se desempeña cualquier clase de funciones, nos interesa que al hablar de pensamiento matemático nos localicemos propiamente en el sentido de la actividad matemática como una forma especial de actividad humana” (p. 18).

La importancia de la resolución de problemas y el modelado matemático en el desempeño de los estudiantes implica enfrentar situaciones que no tienen una solución inmediata, requiriendo el uso de estrategias como la exploración de patrones, la formulación de conjeturas y la va-

lidación de resultados. En este proceso, los alumnos, además de aplicar sus conocimientos previos, desarrollan nuevas formas de razonamiento y aprenden a justificar sus soluciones.

Por otra parte, el modelado matemático consiste en representar fenómenos del mundo real mediante expresiones matemáticas, permitiendo interpretar y predecir situaciones con base en datos y planteamientos. A través de este enfoque, los estudiantes aprenden a traducir problemas concretos en términos matemáticos, analizar sus implicaciones y evaluar la precisión de los modelos empleados. Ambos procesos fomentan la creatividad, el pensamiento crítico y la capacidad de abstracción, habilidades esenciales para un aprendizaje significativo en matemáticas.

Minitorneos y competencias

Esta alternativa permite que los AASM apliquen sus conocimientos en un ambiente dinámico y desafiante, promoviendo el razonamiento lógico, la creatividad y la resolución eficiente de problemas. Su importancia radica en que pueden generar un sentido de competencia amistosa donde pueden sentirse motivados a aprender y mejorar habilidades matemáticas, mediante el trabajo en equipo, fomentando el diálogo, la argumentación y la toma de decisiones.

Los minitorneos y las competencias permiten identificar las fortalezas y áreas de oportunidad en los AASM de una manera diferente que un examen tradicional. Al mismo tiempo, refuerza la confianza en sí mismo. El enfrentar retos matemáticos de manera colaborativa con límite de tiempo, y superarlos, les permite a los estudiantes sentirse seguros de sus capacidades, con una actitud perseverante hacia la matemática, generando en ellos curiosidad y deseo de profundizar en los conceptos teóricos y los procedimientos prácticos.

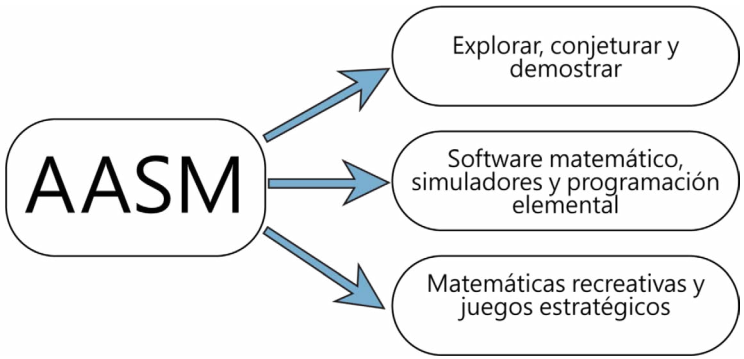
Estrategias para potencializar las características de los AASM

El trabajo con los AASM requiere el diseño de estrategias específicas que permitan potenciar sus características particulares y responder a sus necesidades de aprendizaje avanzadas. Los AASM suelen distinguirse

por una alta capacidad de abstracción, rapidez en el razonamiento, curiosidad intelectual y disposición para resolver problemas complejos. Sin embargo, estas cualidades no se desarrollan plenamente si se limitan a tareas rutinarias o a un currículo estándar (Renzulli, 2016). De ahí la importancia de implementar estrategias pedagógicas diferenciadas que favorezcan la exploración, la creatividad, el pensamiento crítico y la autonomía, mediante experiencias que les permitan vivenciar la matemática en su complejidad y riqueza (Freeman, 2010).

En este sentido, se vuelve esencial ofrecer un entorno estimulante que combine retos intelectuales, oportunidades de investigación y el uso de recursos innovadores que fortalezcan su motivación y compromiso con el conocimiento matemático (Soto, Ramírez y Tomasini, 2014). En la Figura 2 se pueden apreciar las estrategias para potenciar las características de los AASM, las cuales se describen de forma teórica y general posterior a la ilustración.

Figura 2. *Estrategias para potencializar las características de los AASM*



Explorar, conjeturar y demostrar

El trabajo con exploración de conceptos abre un horizonte de comprensión profunda. Cuando un AASM se enfrenta a una noción matemática, no basta con que aplique esa noción de manera operativa; su potencial le impulsa a cuestionar el origen del concepto, sus propiedades esenciales y las conexiones que guarda con otras áreas del conocimiento. Este proceso de indagación le permite construir representaciones flexibles,

alejadas de la memorización o de las definiciones estáticas. Según Sfard (1991), el aprendizaje matemático puede entenderse como una transición entre modos de pensar, operacional y estructural, donde la exploración desempeña un papel central para dar sentido a los objetos matemáticos.

Conjeturar implica identificar patrones, anticipar regularidades y atreverse a proponer hipótesis sobre lo que "podría ser cierto", lo cual por ser parte de la construcción del conocimiento da inicio al pensamiento crítico. Esta práctica despierta la curiosidad, fomenta la autonomía para enriquecer su aprendizaje. La conjetura abre el espacio al error como parte natural de la construcción del conocimiento: equivocarse en una hipótesis no representa un fracaso, sino un paso más en el camino hacia la comprensión. En este sentido, Mason, Burton y Stacey (2010) subrayan que la conjetura es una parte esencial del hacer matemático, porque invita al alumno a comprometerse con la actividad de manera exploratoria y creativa.

El paso de la conjetura a la demostración constituye un tránsito formativo fundamental: obliga a distinguir entre lo que parece cierto y lo que puede garantizarse como verdadero dentro de un sistema formal. Duval (1995) sostiene que la demostración no puede reducirse a un ritual formal, sino que debe entenderse como una actividad intelectual que moviliza diferentes registros de representación y exige al alumno articularlos de manera coherente. En este sentido, Duval asegura que cuando los estudiantes transitan de un registro a otro en la representación de un concepto, es un indicador de apropiación del concepto, de adquisición de conocimiento.

En los AASM, la conjunción de explorar, conjeturar y demostrar, son necesarios para experimentar las matemáticas en su dimensión auténtica. A diferencia de otros enfoques didácticos que reducen la disciplina a un conjunto de reglas fijas, esta aproximación los acerca a la práctica real de los matemáticos profesionales, quienes no se limitan a resolver problemas, sino que generan nuevos cuestionamientos, formulan hipótesis y construyen teorías (Polya, 1945; Polya, 2004; Schoenfeld, 1985). Asimismo, la incorporación de estas tiene un efecto motivacional. Descubrir un patrón, formular una conjetura propia o llegar a una demostración aporta un sentido de logro intelectual que difícilmente se alcanza con la simple repetición de procedimientos.

El alumno se reconoce como autor de conocimiento, lo que fortalece su identidad académica y lo impulsa a profundizar en el estudio de la disciplina. En este sentido, las matemáticas dejan de ser percibidas como un cuerpo rígido de verdades preestablecidas para convertirse en un campo abierto de posibilidades, retos e invenciones. Finalmente, es importante señalar que este tipo de experiencias no solo responden al interés de atender a estudiantes con alto potencial, sino que también constituyen un aporte significativo a la didáctica de las matemáticas en general.

Con relación a probar conjeturas, los estudiantes pueden encontrarse con contraejemplos que demuestren que la conjetura es falsa, entonces las refutaciones de una afirmación juegan un papel fundamental en el proceso de aplicar rigor matemático a alguna conjetura, y son motivo también de aprendizaje para los estudiantes.

En Pruebas y refutaciones, Lakatos (1976) ofrece una concepción de las matemáticas como un proceso dinámico y dialógico, alejado de la imagen estática de una ciencia constituida únicamente por verdades absolutas e inmutables. A través de un diálogo entre un profesor y sus estudiantes en torno al teorema de Euler sobre los poliedros, Lakatos muestra que las matemáticas avanzan mediante la interacción entre conjeturas, pruebas tentativas y contraejemplos. Estos últimos no se conciben como simples obstáculos, sino como oportunidades para afinar las definiciones, replantear las hipótesis y enriquecer la teoría. Con ello, la demostración deja de ser entendida como un procedimiento mecánico de verificación y se convierte en una actividad viva, en la que el conocimiento se construye y reconstruye constantemente.

Esta perspectiva fomenta en los estudiantes la capacidad de perseverar frente a la incertidumbre y de valorar el error como parte del proceso de descubrimiento matemático. En consecuencia, la propuesta de Lakatos constituye un marco idóneo para motivar el potencial de los AASM.

Software matemático, simuladores y programación elemental

La incorporación de herramientas de geometría dinámica, como GeoGebra, Cabri-geometry o simuladores interactivos, como Phet, en las clases de matemáticas permite que los estudiantes interactúen de forma

atractiva y dinámica con los conceptos matemáticos que necesitan comprender y aplicar (Hohenwarter y Lavicza, 2007). La principal ventaja radica en que posibilitan la exploración visual y manipulativa de ideas abstractas, promoviendo el aprendizaje activo y la experimentación sin requerir materiales físicos costosos. Este tipo de recursos contribuye significativamente al desarrollo del pensamiento crítico, a mejorar la comprensión conceptual y el interés por la ciencia y las matemáticas desde edades tempranas.

El uso de software matemático, simuladores y entornos de programación elemental constituye una estrategia de gran valor para potenciar las habilidades de los AASM. Estas herramientas amplían el horizonte de aprendizaje más allá de la manipulación de símbolos y algoritmos, al permitir que los alumnos experimenten de manera interactiva con modelos, visualizaciones y representaciones múltiples. En particular, los programas de geometría dinámica y los simuladores de fenómenos físicos o matemáticos facilitan la exploración de patrones y relaciones, lo cual resulta especialmente atractivo y estimulante para quienes poseen una alta curiosidad intelectual (Hoyles y Noss, 1992; Vargas-Montoya, L. et al., 2024; Yıldız, M. Ş., y Yaman, Y., 2024).

Asimismo, la incorporación de lenguajes de programación como Python, C# o C++, o entornos de programación por bloques como Scratch, brinda a los estudiantes la oportunidad no solo de aplicar las matemáticas, sino también de crear algoritmos y modelos propios (Resnick, 2017). Esta práctica fomenta en ellos una actitud de investigación y creatividad, al requerir que traduzcan ideas abstractas en instrucciones concretas que la computadora puede ejecutar. Papert (1980) señaló que la programación constituye un medio privilegiado para aprender matemáticas desde una perspectiva constructivista, al permitir a los estudiantes que construyan objetos de conocimiento y reflexionen sobre sus propios procesos de pensamiento. De manera complementaria, Wing (2006) introdujo el concepto de pensamiento computacional, destacando su relevancia en el desarrollo de habilidades como la abstracción, la descomposición de problemas y la formulación de soluciones algorítmicas.

Por otra parte, el uso de simuladores y software especializado ofrece una comprensión al brindar retroalimentación inmediata y la posibilidad

de manipular parámetros en tiempo real, favoreciendo una comprensión más profunda de los fenómenos. Para los AASM, estas experiencias representan espacios donde la matemática se conecta con lo experimental, estimulando su motivación intrínseca y permitiéndoles visualizar aplicaciones de su aprendizaje en campos como la física, la ingeniería o la informática. Esto coincide con investigaciones recientes sobre estudiantes talentosos en matemáticas que destacan que la integración de tecnología contribuye a potenciar tanto su motivación como su desarrollo conceptual, al proporcionarles escenarios de exploración más abiertos y retadores (Grimaldo, 2022).

En síntesis, la incorporación de software, simuladores y entornos de programación constituye un recurso pedagógico idóneo para nutrir la creatividad, la autonomía y el rigor intelectual de los estudiantes con talento matemático, ofreciendo un camino hacia un aprendizaje más significativo y estimulante.

Matemáticas recreativas y juegos estratégicos

Utilizar juegos que implican pensamiento lógico y planificación constituye una valiosa herramienta para fomentar el razonamiento lógico-deductivo, por ejemplo, resolver acertijos matemáticos, jugar ajedrez o utilizar estrategias didácticas lúdicas; entre ellas, las que ubican los problemas de recursividad estimulan la toma de decisiones estratégicas (Bruner, 1996; Polya, 2004). En términos simples, un problema recursivo se resuelve aplicando la misma estrategia repetidamente de manera sucesiva e inductiva hasta alcanzar un caso base que pueda resolverse directamente.

En la medida en que el tiempo de clase lo permita, es esencial discutir con los estudiantes conceptos matemáticos interesantes y complejos como la noción de infinito, las paradojas, etc. Este tipo de dinámicas en el aula permite desarrollar un pensamiento matemático más profundo y crítico (Schoenfeld, 1992). Estas ideas desafiantes fomentan la capacidad de abstracción, el razonamiento lógico y la argumentación, ya que muchas veces contradicen la intuición y requieren una exploración cuidadosa.

Además, este enfoque ayuda a los alumnos a comprender que las matemáticas no son solo un conjunto de reglas y procedimientos, sino una disciplina en constante evolución, llena de problemas abiertos, de-

safíos intelectuales y con conexiones a otras áreas del conocimiento. Estas discusiones despiertan la curiosidad, promueven la creatividad y refuerzan la confianza en su capacidad para analizar y comprender conceptos complejos.

Cada una de estas actividades permite identificar habilidades en los alumnos, como el razonamiento abstracto, la creatividad y la capacidad de resolución de problemas. Asimismo, el uso de software especializado para la enseñanza de las matemáticas permite a los estudiantes explorar conceptos más avanzados o visuales, mostrando su habilidad para trabajar con herramientas digitales (Polya, 2004; Schoenfeld, 1992).

Capítulo 2

La importancia de una atención especial

La matemática es la reina de las ciencias
y la teoría de números es la reina
de la matemática.
Carl Friedrich Gauss

A lo largo del tiempo, la manera de entender a las personas con habilidades excepcionales ha cambiado, debido a que cada periodo histórico ha influido en el enfoque teórico y en la percepción de las personas (Renzulli, 2005; Gagné, 2015). Como resultado de estas distintas perspectivas y contextos, han surgido diversos términos para nombrar a estos estudiantes, entre ellos: de altas capacidades, sobresalientes, con capacidades sobresalientes o genios. En la actualidad, en México se les denomina alumnas y alumnos con aptitudes sobresalientes (SEP, 2022a).

En el libro propuesto por Arjona et al. (2022), denominado Aptitudes sobresalientes Tomo 2, indican que las principales perspectivas teóricas desde las que se han estudiado las aptitudes sobresalientes son la monolítica, la factorial, la jerárquica y la sociocultural.

En la perspectiva monolítica (unidimensional), la inteligencia se concibe como una única capacidad y se considera sobresaliente a la persona que tiene un Cociente Intelectual (CI) por arriba de 130 puntos. El principal representante de esta perspectiva fue Terman, quien estandarizó la prueba de inteligencia Stanford-Binet (Kanne y Huber, 2011). De esta postura se derivan términos como: edad mental de Binet, cociente intelectual de Stern y el Factor G o Inteligencia General de Spearman (SEP, 2006).

La perspectiva factorial considera que la superdotación tiene múltiples componentes intelectuales que determinarán los perfiles específicos de las aptitudes, tales como la capacidad intelectual general, la aptitud académica específica, el pensamiento creativo o productivo, la capacidad de liderazgo, las artes visuales y representativas y, por último, la capacidad motriz, por separado o combinadas. Dentro de esta perspectiva encontramos la teoría de los tres anillos (Renzulli, 2016), en la cual se da la interacción entre tres grupos de rasgos humanos: capacidad general

por encima de la media, alta motivación y tener una alta creatividad. Otros exponentes de esta perspectiva son: Thurstone con su Modelo de Aptitudes Mentales Primarias (diferentes tipos de conducta inteligente) y Guilford con su estructura del intelecto (hasta 120 talentos).

En la perspectiva jerárquica, que contempla múltiples factores de la inteligencia, se aprecia la integración de las dos anteriores, ya que propone un orden, una evolución de los factores que componen la inteligencia, dando mayor importancia a los procesos, estrategias y representaciones mentales que a los resultados. Desde esta perspectiva, Stenberg (1985), que parte de la teoría triárquica de la inteligencia, establece que el sobresaliente es aquel que utiliza con gran eficacia los componentes de inteligencia y cumple con cinco criterios: criterio de excelencia (superioridad del sujeto en alguna dimensión o conjunto de dimensiones), criterio de rareza (alto nivel en un atributo poco común en sus semejantes), criterio de productividad (alta realización creativa), criterio de demostración (a través de pruebas válidas) y criterio de valor (creaciones útiles). Algo complejo que puede manifestarse de varias formas y, por tanto, de naturaleza plural. Piaget y sus etapas de desarrollo se identifican con esta perspectiva (SEP, 2006).

Por último, en la perspectiva sociocultural, se examinan aspectos evolutivos y sociales. La sobredotación no es solo inherente al ser humano, sino también resultado de la interacción con el medio. Su principal representante es Mönks (1993) con el Modelo de Interdependencia Triádica de superdotación, quien, además de capacidades excepcionales, creatividad y motivación que señala Renzulli, le añade la importancia de la escuela, compañeros y familia en el desarrollo del sobresaliente. Otros representantes de esta perspectiva son: Tannenbaum y Gagné, afirmando que el talento solo puede desarrollarse por medio del intercambio favorable de los factores individuales y sociales (Tannenbaum, 1983; Gagné, 20024). Ellos explican que los contextos condicionan las necesidades y resultados del comportamiento humano y determinan qué tipos de productos son considerados valiosos y dignos de un reconocimiento especial. Por tanto, concluyen que la capacidad sobresaliente se refiere a la interacción de cuatro componentes básicos: capacidad general por encima del promedio, altos niveles de creatividad, factores

personales como motivación, compromiso, perseverancia e influencia de su comunidad, lo cual estimula que un individuo tenga un rendimiento significativamente superior en el ámbito social y educativo.

En este capítulo abordaremos algunos programas de atención especial a AASM que han existido en nuestro país con el paso de los años.

Programas de atención especial a AASM en México

Establecer un programa para impulsar el talento de los AASM es una inversión estratégica en la educación y el desarrollo del país (Gagné, 2015; Pfeiffer, 2013). Estos estudiantes requieren retos adecuados a su capacidad para mantener su interés y desarrollar al máximo su potencial, lo que les permitirá destacarse en competencias académicas, acceder a mejores oportunidades educativas y, a futuro, contribuir en áreas clave como la ciencia, la tecnología y la economía (SEP, 2022a). Además, un programa de este tipo promueve la equidad educativa, asegurando que el talento no se desperdicie por falta de apoyo y recursos, especialmente en sectores con menos acceso a la educación especializada (Pfeiffer, 2013).

Fomentar el desarrollo de jóvenes con altas habilidades matemáticas fortalece la comunidad académica y científica, impulsando la innovación y el progreso nacional (Renzulli & Reis, 2014). En México se han desarrollado diversos programas para la detección y seguimiento de AASM, tales como:

1. Programa de atención educativa a estudiantes con aptitudes sobresalientes: preescolar, primaria y secundaria

Este programa beneficia a los alumnos con aptitudes sobresalientes al ofrecer acompañamiento especializado dentro del aula regular, permitiendo que sus necesidades educativas específicas sean reconocidas y atendidas sin ser excluidos del entorno escolar. A través de estrategias como el enriquecimiento curricular, proyectos de profundización y orientación docente, se favorece el desarrollo integral del talento de estos estudiantes.

Objetivo	Atender a estudiantes con necesidades educativas especiales, incluyendo a quienes tienen aptitudes sobresalientes
Actividades	Identificación temprana de alumnos con alto potencial. Adaptaciones curriculares no significativas (enriquecimiento) o significativas (aceleración). Estrategias de inclusión dentro del aula regular.
Implementación	Se implementa a través de las Unidades de Servicios de Apoyo a la Educación Regular (USAER) o personal de Educación Especial que colabora con docentes de grupo. Generalmente, se realiza en escuelas públicas de educación básica.
Materiales guía	Propuesta de intervención: Atención educativa a alumnos con aptitudes sobresalientes (SEP, 2006). Estrategia de Equidad e Inclusión en la Educación Básica (SEP, 2018), que incluye las Barreras para el Aprendizaje y la Participación. Atención educativa a estudiantes con aptitudes sobresalientes: preescolar, primaria y secundaria (SEP, 2022a).

Aunque tradicionalmente asociado a la atención de necesidades educativas especiales por discapacidad o rezago, el enfoque inclusivo de las USAER también abarca a quienes requieren mayores retos académicos, promoviendo así una educación más equitativa, motivadora y ajustada a la diversidad de capacidades presentes en el aula.

2. Olimpiada Mexicana de Matemáticas (OMM) y OMMEB, evento organizado por la Sociedad Matemática Mexicana.

Público objetivo	Estudiantes de cuarto, quinto y sexto de primaria, secundaria y bachillerato (hasta 18 años).
Etapas del concurso	Concurso estatal (cada entidad federativa tiene su propia convocatoria). Entrenamientos regionales. Concurso nacional. Selección para representar a México en competencias internacionales

Beneficios para los AASM	Formación avanzada en matemáticas. Acompañamiento por parte de matemáticos y docentes especializados. Búsqueda de becas y oportunidades académicas a través de su participación
Sitio web oficial	https://www.ommenlinea.org (Sociedad Matemática Mexicana, 2024).

3. Olimpiada Nacional de Matemáticas para Alumnos de Primaria y Secundaria (ONMAPS).

Organiza: Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas, A.C. (ANPM).

Objetivos	Promover el gusto, la curiosidad y el pensamiento lógico-matemático entre los alumnos. Detectar e impulsar a estudiantes con aptitudes sobresalientes en matemáticas desde la primaria. Crear una comunidad entre docentes y estudiantes interesados en matemáticas recreativas y de competencia.
Etapas del concurso	Accesible para escuelas públicas y privadas de todo el país, en etapas: escolar, zona o sector, regional, estatal y nacional.
Implicaciones	Pruebas con problemas de razonamiento, problemas retadores pero adecuados al nivel educativo.
Beneficios	Se ha convertido en una plataforma de entrenamiento en resolución de problemas no rutinarios. Los docentes también se benefician, a través de las diversas actividades de la ANPM, como las jornadas de formación docente, en donde profesoras y profesores pueden participar en cursos y talleres para mejorar su enseñanza de las matemáticas. Se promueve la colaboración entre la ANPM, las secretarías estatales de educación y las universidades para desarrollar las etapas y premiar a las ganadoras y ganadores (Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas, 2024).

Programas especiales en Sinaloa

En México, la atención educativa dirigida a niñas, niños y adolescentes con aptitudes sobresalientes se ha promovido por la SEP desde la década de los ochenta, inicialmente a través del Programa Capacidades y Aptitudes Sobresalientes (CAS) y posteriormente con el Programa para la Atención Educativa de Niñas, Niños y Jóvenes con Aptitudes Sobresalientes y Talentos Específicos (Mancera, 2015; SEP, 2006; SEP, 2022a). A lo largo de su desarrollo, estos esfuerzos se han centrado prioritariamente en el modelo de enriquecimiento del contexto educativo, el cual busca potenciar las habilidades del alumnado mediante actividades escolares y extraescolares diseñadas para mejorar sus estrategias de aprendizaje.

Tomando en cuenta la importancia de brindar atención especializada a alumnos con aptitudes sobresalientes, en 2007 se creó en el Centro de Ciencias de Sinaloa (CCS) un programa destinado a impulsar el desarrollo de estudiantes destacados por sus habilidades para desarrollar proyectos en microbiología, física y matemáticas, con proyección tanto nacional como internacional (Centro de Ciencias de Sinaloa [CCS], 2018). El programa llamado ASES inició con la participación de 23 niños de Culiacán, y para el año 2016 ya contaba con 300 alumnos y presencia en ocho municipios del estado. El programa es único en el país y ha acumulado más de 66 premios internacionales, entre los que destacan cuatro medallas olímpicas en física, química y matemáticas.

Desde 2017, este proyecto lleva el nombre de "TalentoS", con el propósito de ofrecer a niñas, niños y jóvenes sobresalientes un espacio donde puedan expresar su capacidad intelectual, fortalecer sus habilidades, potenciar sus conocimientos y canalizar su talento natural hacia las ciencias naturales, exactas y las tecnologías (Gobierno del Estado de Sinaloa, 2017).

Programa TalentoS

El talento se refiere a la habilidad excepcional que posee una persona en uno o varios ámbitos, y representa la manifestación de una capacidad intelectual sobresaliente o de un potencial destacado (Gagné, 2015;

Renzulli, 2005). Este talento se revela y se fortalece cuando se practica y se ejercita de manera sistemática, en un entorno que favorece su desarrollo (Subotnik, Olszewski-Kubilius y Worrell, 2011). En este proceso, el entorno familiar, educativo y social desempeña un papel decisivo.

El sistema educativo mexicano ha alcanzado avances significativos, entre ellos, la expansión de la cobertura, gracias a lo cual la educación básica llega hoy a un número mayor de niñas, niños y jóvenes respecto a décadas anteriores. No obstante, a pesar de todos los adelantos que nuestro sistema educativo presenta, persisten retos importantes, especialmente en lo referente a la atención de una población cada vez más diversa (SEP, 2022a) en contextos culturales, religiosos, económicos, étnicos y lingüísticos.

En este marco, los estudiantes con aptitudes sobresalientes constituyen un grupo con necesidades educativas específicas, derivadas de sus características particulares y de su potencial para alcanzar logros académicos notables. Para atenderlos adecuadamente, se requieren procesos educativos diferenciados de los marcados por los programas educativos en donde se imparten conocimientos de manera uniforme, sin considerar las diferencias individuales de cierto grupo de estudiantes. Como señala Sarason (1990), la instrucción de "talla única", que obliga a que todos aprendan lo mismo a la vez, puede generar desmotivación y frustración a los estudiantes con necesidades individuales.

Las aptitudes sobresalientes pueden manifestarse en diversos campos como el arte, el deporte, las ciencias, los idiomas, entre otros. Cada estudiante presenta interés, estilos de aprendizaje y ritmos de desarrollo diferentes, por lo que resulta indispensable que las escuelas y las instituciones gubernamentales cuenten con programas especializados que identifiquen, orienten y apoyen a los alumnos con este tipo de potencial (Renzulli y Reis, 2014; Mancera, 2015). Con ello, lograr favorecer su aprovechamiento pleno de sus capacidades.

En el año 2006, el gobierno federal muestra la propuesta nacional de intervención para atender a niños, niñas y jóvenes con habilidades excepcionales, surgida en el marco de la escuela inclusiva como un espacio que busca garantizar una educación igualitaria a todos sus estudiantes, sin importar sus condiciones físicas, intelectuales, culturales, religiosas,

étnicas o lingüísticas. De acuerdo con este enfoque, los estudiantes con habilidades sobresalientes tienen derecho a recibir una educación que se base en los principios de equidad, respeto a la diversidad, igualdad de oportunidades y derechos humanos (SEP, 2006; Mancera, 2015).

En 2022, el gobierno da a conocer el programa de Atención educativa a estudiantes con aptitudes sobresalientes de preescolar, primaria y secundaria, en donde reconoce que los niños, niñas y jóvenes con este tipo de aptitudes presentan necesidades educativas específicas derivadas de sus características, intereses y capacidades (SEP, 2022a). Con ello, la Secretaría de Educación Pública busca ofrecerles una atención diferenciada, brindando diversas oportunidades de aprendizaje que favorezcan desarrollar su potencial. Esta tarea requiere un compromiso conjunto de docentes y familias, quienes, en corresponsabilidad, deben participar activamente en el proceso. El primer paso es la identificación de las y los educandos con aptitudes sobresalientes.

La construcción de la propuesta se basó en aportaciones teóricas y reflexiones que reconocen la existencia de individuos con habilidades extraordinarias en distintas áreas del conocimiento, como Einstein, Beethoven, Euler, Marie Curie, entre otros, cuyas contribuciones continúan teniendo un impacto en la forma en que vivimos y comprendemos el mundo. Al reflexionar sobre cómo lograron obtener un nivel de excelencia excepcional en sus campos, se reconoce el valor de sus habilidades cognitivas, emocionales y sociales. Por ello, la propuesta educativa se sustenta en el enfoque sociocultural (Vygotsky, 1979), el cual reconoce la importancia tanto de la persona como del contexto en el proceso de aprendizaje.

En concordancia con esta visión, el programa TalentoS también adopta el enfoque sociocultural, al considerar que el talento se desarrolla mediante la interacción dinámica y favorable entre los factores individuales y sociales (Gagné, 2015; Vygotsky, 1979). Los contextos determinan las oportunidades, las necesidades y los resultados del comportamiento humano y determinan qué tipos de productos son considerados valiosos y dignos de un reconocimiento especial. En este sentido, se reconocen como elementos clave a la familia, el entorno educativo, social y cultural del estudiante, junto con sus características personales, que en conjunto conforman un espacio propicio para el desarrollo de su talento.

Por su parte, los teóricos del enfoque sociocultural, entre ellos Mönks, Tannembaum y Gagné (1992), afirman que los contextos sociales y culturales condicionan las necesidades y resultados del comportamiento humano, además de determinar qué tipos de productos son considerados valiosos y dignos de un reconocimiento. Este enfoque resulta especialmente pertinente para el diseño de propuestas de intervención educativa, pues se adapta mejor a las condiciones y realidades del sistema educativo mexicano, al considerar elementos esenciales como la familia, el entorno educativo, social y cultural del alumno y sus características específicas (Vygotsky, 1979; Mönks & Katzko, 2005; Tannenbaum, 1997).

De acuerdo con Mönks, Tannenbaum y Gagné (1992), el enfoque sociocultural parte de las siguientes consideraciones:

Los seres humanos contamos con un grupo de aptitudes potenciales, unas más desarrolladas que otras. Aunque todos somos igualmente valiosos y merecedores de respeto e igualdad de oportunidades, existen diferencias específicas en los tipos y niveles de aptitud que nos caracterizan (Gagné, 2015). Dichas aptitudes son dinámicas y, por lo tanto, pueden variar (desarrollarse o inhibirse) de acuerdo con las características del contexto de los individuos y su desarrollo con el transcurso del tiempo.

- La manifestación de habilidades sobresalientes requiere la convergencia de diversos factores, entre los cuales se incluyen:
  - Poseer una o varias habilidades que superen la media.
  - Contar con ciertos factores personales no relacionados con la inteligencia, como la motivación, el interés y la autoimagen, entre otros.
  - Experimentar la influencia adecuada del entorno (escolar, familiar y social).
- La presencia equilibrada de todos los factores es esencial, ya que la ausencia de alguno de ellos no puede ser compensada por los demás. En consecuencia, el desarrollo de talento y de las habilidades sobresalientes depende directamente del intercambio positivo entre los factores individuales y los contextos sociales.

En otras palabras, es la interacción armoniosa entre las capacidades personales, la motivación y el entorno, lo que posibilita que una persona despliegue su potencial. Por el contrario, la ausencia de alguno de estos

elementos puede limitar su desarrollo y dificultar la consolidación de su potencial e impedir que una persona pueda alcanzar el éxito en su campo (Subotnik, Olszewski-Kubilius y Worrell, 2011; SEP, 2022a).

Propósito general

Los niños, niñas y jóvenes que cursan educación primaria y secundaria en el sistema educativo mexicano, tienen la oportunidad de tener un acercamiento al pensamiento científico trabajando diferentes conceptos de las áreas de Ciencias naturales, que les permiten conocer y comprender mejor la naturaleza y analizar el entorno de manera más consciente y significativa (Harlen, 2010; NRC, 2012). El uso de la tecnología hace posible que realicen experimentos y simulaciones en donde se recrean fenómenos naturales, a través de los cuales pueden analizar y comprender los procesos implicados que los originan (Papert, 1980).

Asimismo, se les introduce en el pensamiento matemático a través de la comprensión de conceptos, la resolución de problemas y la interacción con objetos matemáticos, empleando tanto materiales concretos como herramientas tecnológicas interactivas. Estas experiencias fomentan una relación más dinámica, reflexiva y significativa con la disciplina (Ernest, 1991; SEP, 2022d).

En este sentido, la educación en México ha mostrado una preocupación constante y un compromiso por promover el desarrollo del pensamiento científico y tecnológico en las niñas, los niños y jóvenes escolares. Desde su nacimiento, el ser humano siente la necesidad de explorar y comprender todo lo que le rodea, incluyendo su entorno natural y sociocultural. A medida que interactúan con el mundo que los rodea, van construyendo conocimientos, ampliando sus experiencias y diversificando sus formas de comprender los sucesos de la realidad (SEP, 2022d).

Es importante reconocer que existen múltiples maneras de adquirir, utilizar y compartir el conocimiento, y que la diversidad de experiencias y contextos enriquece la manera en que cada estudiante desarrolla su pensamiento científico y matemático (Harlen, 2010; Ernest, 1991).

La Secretaría de Educación Pública, en su avance del contenido del Programa sintético de las fases 3, 4, 5 y 6 con respecto al pensamiento científico, indica:

> El objeto de aprendizaje de este campo es la comprensión y explicación de los fenómenos y procesos naturales tales como cuerpo humano, seres vivos, materia, energía, salud, medio ambiente y tecnología, desde la perspectiva de diversos saberes y en su relación con lo social. Los saberes provienen de conocimientos y prácticas específicas construidas en diversos contextos incluyendo el conocimiento científico, mismos que conforman un acervo social y cultural que se refiere a las distintas maneras de pensar, hacer, expresar y representar de las personas que determinan la pertenencia a una comunidad o a un grupo social. Las ciencias son construcciones, entre muchas otras, para explicar la realidad física, que a su vez está condicionada por factores culturales e históricos. En tanto construcción cultural, no se puede afirmar que sea superior a otros sistemas de conocimientos, ya que cada explicación puede ser adecuada en mayor o menor medida según el contexto en el que se aplique. Por esta razón, y desde una perspectiva democrática y plural, se plantea la necesidad de que la enseñanza científica forme en las y los estudiantes la capacidad de analizar distintas concepciones del mundo y para que aprenda a tomar decisiones sobre la explicación más adecuada al momento de resolver cada problema concreto. (SEP, 2022b)

En este contexto, el pensamiento científico implica un enfoque racional y sistemático que se basa en la construcción coherente de conocimientos mediante el desarrollo de habilidades de investigación, interpretación, modelización, argumentación y explicación del mundo que nos rodea. El estudio de este campo es fundamental para formar ciudadanos capaces de analizar y resolver problemas, comprender los fenómenos o eventos que ocurren en su entorno, participar activamente en la toma de decisiones democráticas, emitir opiniones informadas y contribuir al desarrollo sostenible de sus comunidades (Harlen, 2010; NRC, 2012).

Reconociendo la importancia de la formación científica en toda la sociedad, en el estado de Sinaloa y en concordancia con la Academia de Matemáticas, “la matemática es para la ciencia lo que la ciencia es para la tecnología”, la Coordinación General para el Fomento a la Investigación Científica e Innovación del Estado de Sinaloa (CONFIE), a través del Centro de Ciencias de Sinaloa (CCS) ofrece el programa TalentoS,

dirigido a niñas, niños y jóvenes con aptitudes sobresalientes, con el propósito de fomentar su interacción con las ciencias y la tecnología.

Además de promover el conocimiento científico y tecnológico refiriéndonos a este como el asociado a las ciencias naturales y al uso de diversos programas informáticos, tenemos que la interacción con la matemática en espacios adecuados fomenta en los niños, niñas y jóvenes el desarrollo del Pensamiento Matemático (Mason, Burton & Stacey, 2010). La interacción con las matemáticas en entornos adecuados estimula en los estudiantes el desarrollo del pensamiento matemático, una de las manifestaciones más complejas y ricas del pensamiento humano.

El pensamiento humano, como una de las funciones mentales superiores, se estudia sistemática y cotidianamente en diversos escenarios profesionales:

- ¿Cómo piensa la gente?
- ¿Cómo se desarrollan los procesos del pensamiento?
- ¿Cómo se adquiere la habilidad para la resolución de ciertas tareas?

En particular, el pensamiento matemático se refiere a la forma en que piensan las personas que se dedican profesionalmente a la matemática. El estudio del pensamiento matemático se centra en comprender las razones, los procedimientos, las explicaciones, las escrituras o las formulaciones verbales que los estudiantes elaboran al enfrentarse a una tarea matemática. Asimismo, se considera la influencia de la cultura y del entorno social en la formación del pensamiento matemático (Schoenfeld, 2016).

El programa TalentoS cuenta con la infraestructura adecuada y el personal académico pertinente para llevar a cabo sesiones teóricas y prácticas que contribuyen a la formación de niños, niñas y jóvenes. Estas actividades se diseñan desde una perspectiva aplicada y experimental, fomentando la resolución de problemas y al desarrollo de proyectos de investigación. Trabajar con estudiantes sobresalientes tiene entre otros propósitos, fortalecer el gusto por las ciencias, orientar sus intereses hacia áreas de su interés en el ámbito científico, para que de esa manera recorra el camino pertinente que lo llevará a una formación superior en un área en donde desarrolle todo su potencial.

Perfil del egresado del programa

Los niños, niñas y jóvenes sobresalientes presentan características específicas que es importante considerar. De acuerdo con Cagné (2015), en quien la SEP se basa para conceptualizar a estos tipos de estudiantes, las aptitudes sobresalientes se manifiestan en aquellos capaces de destacar significativamente del grupo social y educativo al que pertenecen en uno o más de los siguientes campos del quehacer humano: científico-tecnológico, humanístico-social, artístico o de acción motriz. Dado que estos alumnos, por presentar necesidades específicas, requieren de un contexto facilitador que les permita desarrollar sus capacidades personales y satisfacer sus necesidades para su propio beneficio y el de la sociedad (SEP, 2022a).

En el caso particular del programa TalentoS, dirigido a niñas, niños y jóvenes sobresalientes en ciencias (Física, Química y Biología), se espera que puedan potencializar en ellos un conjunto de habilidades científicas y cognitivas (Sternberg, 2005), entre las cuales destacan:

- Comprendan y expliquen procesos y fenómenos naturales a través de modelos científicos.
- Plantear y resolver problemas científicos sustentando los resultados con argumentos sólidos.
- Evaluar la pertinencia y validez de los resultados obtenidos en la resolución de problemas o en los productos generados en los proyectos interdisciplinarios que desarrollen.
- Desarrollen gusto y curiosidad por la ciencia para la explicación de fenómenos naturales, sociales y económicos.

Respecto al área de matemáticas, el programa TalentoS busca principalmente favorecer el desarrollo del pensamiento matemático en sus participantes. Las investigaciones sobre este campo se centran en comprender cómo las personas resuelven una tarea matemática, analizando las estrategias empleadas, las formas de verificación de resultados, la razón de los errores comunes y los procesos de razonamiento implicados. Observar el comportamiento de los estudiantes ante una tarea cognitiva, como la resolución de un problema, permite orientar de manera más efectiva el fortalecimiento de su pensamiento matemático (Krutetskii, 1976).

El Pensamiento Matemático implica la integración de diversas habilidades y procesos cognitivos, tales como la abstracción, la generalización y la transferencia de conocimientos a otros campos. Además, esto implica una reflexión constante y metacognición, que conduce al estudiante a "aprender a aprender", lo que le permite enriquecer su conocimiento de su propia experiencia y proceso de aprendizaje. No se trata de memorizar o reproducir algoritmos de manera mecánica, sino de utilizar el razonamiento lógico deductivo para comprender, plantear, resolver y argumentar un problema de manera crítica y reflexiva (Mason, Burton y Stacey, 2010; Schoenfeld, 2016).

En este sentido, el programa TalentoS ofrece a las niñas, niños, adolescentes y jóvenes (NNAJ) sinaloenses un espacio académico adecuado, con instalaciones, materiales, equipo y personal altamente especializado, orientado al desarrollo de las habilidades científicas y fortalecimiento del desarrollo del pensamiento matemático. Su propósito es formar estudiantes capaces de analizar, razonar y construir conocimiento científico, alcanzando así el perfil deseado en el estudio de las ciencias naturales y las matemáticas.

Contenidos

Los contenidos con los que se trabaja en el programa TalentoS corresponden al campo formativo Saberes y Pensamiento Científico de las fases 3, 4, 5 y 6 de los programas sintéticos de la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2022b; National Research Council, 2012; Harlen, 2010), en donde se indica que::

> El objetivo del campo de formación Saberes y pensamiento Científico, consiste en entender y describir los fenómenos naturales y procesos, como por ejemplo el cuerpo humano, la materia, la energía, la salud, el medio ambiente y la tecnología, a través de diferentes enfoques de conocimiento y su relación con lo social, integrando el desarrollo del pensamiento matemático. Los saberes se originan en conocimientos y prácticas particulares adquiridos en diversos contextos, incluyendo el conocimiento científico y matemático, los cuales forman un patrimonio social y cultural que

> se refiere a las diferentes formas de pensar, comunicar, representar y actuar de las personas que definen su pertenencia a una comunidad o grupo social. Las ciencias son construcciones culturales que buscan explicar la realidad natural, pero no se puede afirmar que sean superiores a otros sistemas de conocimientos, ya que cada explicación puede ser adecuada en función del contexto en el que se aplique. Por lo tanto, es importante que la enseñanza científica promueva la capacidad de los estudiantes para analizar diferentes concepciones del mundo y tomar decisiones informadas sobre la explicación más adecuada para comprender la realidad de manera compleja, lo que permitirá desarrollar su pensamiento crítico. (SEP, 2022b)

Es fundamental que desde el programa TalentoS se promueva el conocimiento científico y tecnológico, así como su pertinencia y aplicación contextualizada. Además de los contenidos propios de las áreas de ciencias y tecnología, el programa incorpora el trabajo matemático mediante la resolución de problemas del nivel de las Olimpiadas de Matemáticas para la educación básica.

Estas actividades se desarrollan en un espacio donde los participantes enfrentan problemas no rutinarios, es decir, tareas cognitivas con un grado de dificultad superior al de los ejercicios escolares tradicionales. En estos espacios se busca que los NNAJ adquieran las habilidades metodológicas y cognitivas que les permitan abordar de manera eficiente la resolución de problemas, siguiendo un proceso que comprende las siguientes etapas (Polya, 2004; Schoenfeld, 1992; SEP, 2022d):

1. Comprender el problema: En esta fase, se analiza cuidadosamente el enunciado para entender qué se está preguntando y cuáles son los datos relevantes. Es importante identificar las palabras clave y la información que se proporciona para poder plantear una estrategia para resolver el problema.
2. Planificar una estrategia: En este nivel, se trata de pensar en diferentes estrategias que podrían funcionar para resolver el problema. Se pueden utilizar técnicas como la simulación mental, el dibujo de un diagrama o la búsqueda de patrones para encontrar una solución. Es importante elegir la estrategia más adecuada para el problema en cuestión.

3. Llevar a cabo el plan: En esta etapa, se trata de aplicar la estrategia seleccionada, realizando los cálculos y procedimientos adecuados para resolver el problema. Se ponen en práctica el razonamiento lógico y los pasos definidos.
4. Revisar la solución: Se verifica la validez de la respuesta, comprobando que sea correcta, coherente con los datos iniciales y con el sentido del problema. Se pueden utilizar diferentes técnicas, como la sustitución de valores o la revisión de los cálculos, para asegurarse de que la respuesta es correcta. También es importante reflexionar sobre el proceso de resolución de problemas y aprender de los errores cometidos.

Además, los estudiantes del programa TalentoS reciben capacitaciones especializadas para participar en diversas Olimpiadas y Concursos del Conocimiento como los de Microbiología, Biología, Astronomía, Informática y Geografía, en donde se han obtenido varios premios y reconocimientos a nivel estatal, nacional e internacional (CCS, 2017; Gobierno del Estado de Sinaloa, 2017; ANPM, 2024; SMM, 2024).

Relación entre los saberes y rasgos del perfil de egreso que se promueven en el programa de TalentoS

El aprendizaje de las ciencias contribuye al desarrollo integral de la persona, pues estimula la adquisición de habilidades y hábitos intelectuales altamente valorados en la sociedad actual, como la argumentación, el razonamiento lógico, la verificación y el debate (Harlen, 2010; NRC, 2012; SEP, 2022b). Además, el estudio de la ciencia facilita la comprensión de fenómenos naturales y sociales que nos rodean, permitiendo interpretar la realidad de manera racional y fomentar una actitud crítica y reflexiva frente a los hechos cotidianos (Bruner, 1996; SEP, 2022d).

Los egresados del programa TalentoS adquieren conocimientos y experiencias que fortalecen estas habilidades cognitivas y científicas, consolidando hábitos intelectuales orientados al pensamiento crítico, la indagación y la creatividad (CCS, 2017; Gobierno del Estado de Sinaloa, 2017; Mancera, 2015).

En la Tabla 21 se presentan los rasgos del perfil del campo formativo que cada disciplina contribuye a desarrollar en la formación científica de los niños, niñas y jóvenes participantes del programa (SEP, 2022d; SEP, 2022e; NRC, 2012; Cantoral, 2000; Hohenwarter y Lavicza, 2007).

Tabla 2.1. *Rasgos del perfil del campo formativo por disciplina*

Disciplina	Rasgos del perfil del campo formativo
Física	Desarrolla habilidades que le permiten comprender de manera más profunda el universo y promueve la curiosidad mediante el análisis de fenómenos relacionados con objetos de la física como la energía, la electricidad, la materia, la luz, entre otros. Así como el gusto por la ciencia en general y la capacidad de observación y explicación del mundo físico.
Química	Desarrolla las habilidades necesarias para comprender fenómenos concretos a partir de explicaciones abstractas, analizando las propiedades y transformaciones de la materia a través de explicaciones teóricas y prácticas experimentales. Adquiere conocimientos que le permiten la exploración del entorno y comprender su composición, impulsado por una curiosidad natural por descubrir de qué están hechas las cosas de nuestro mundo.
Biología	Identifica e interpreta diversas formas y dinámicas de la vida, incluyendo su origen y la evolución, así como los procesos vitales de los seres vivos: nutrición, metabolismo, crecimiento, respuesta a estímulos y reproducción, entre otros. Asume una actitud responsable ante el medio ambiente, su aprovechamiento y cuidado. Aprecia la vida en sus distintas formas. Fomenta el interés por conocer, entender y analizar el origen de la vida y el propósito de los seres humanos en el planeta y en el universo.

Disciplina	Rasgos del perfil del campo formativo
Matemáticas	Emplea el razonamiento lógico deductivo para desarrollar el pensamiento matemático crítico y analítico que le permita analizar, cuestionar y comprender diversos fenómenos. Cultiva el gusto por los conceptos abstractos y su aplicación contextual en situaciones del entorno inmediato, integrando las matemáticas como una herramienta para explicar y resolver problemas.
Tecnologías	Accede y analiza información confiable y relevante de cualquier tema que necesiten, desarrollando una visión crítica del uso del conocimiento digital. Observan y estudian fenómenos naturales y conceptos matemáticos mediante simulaciones digitales elaboradas con programas informáticos, construyendo modelos científicos a partir de sus observaciones. Diseñan y construyen dispositivos como parte del desarrollo de proyectos interdisciplinarios. Integrando conocimientos de ciencia, matemática y tecnología.

Orientaciones didácticas generales durante la implementación del programa

El enfoque educativo conocido como Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) sitúa al estudiante en el centro del proceso de aprendizaje, convirtiéndolo en el protagonista de su desarrollo (Bell, 2010; Thomas, 2000; SEP, 2022c). Este método ofrece una serie de beneficios; pueden implementarlo tanto en el aula como en otros espacios adecuados.

Es cada vez más evidente que los profesionales del futuro necesitan manejar una amplia gama de disciplinas. En este sentido, los proyectos son interdisciplinarios, en donde, además de poner en práctica sus conocimientos y habilidades disciplinares en ciencias, matemáticas y tecnología, también fortalecen competencias en redacción, comunicación y argumentación, necesarias para debatir sus ideas en ferias científicas, eventos académicos y actividades comunitarias (Larmer, Mergendoller y Boss, 2015; Harlen, 2010; NRC, 2012).

El ABP se distingue por ser una metodología dinámica, donde los estudiantes investigan, crean, aplican y reflexionan lo aprendido en situaciones reales. Comparten sus experiencias con otros y analizan los resultados obtenidos. Comparten experiencias con otros compañeros,

analizan los resultados obtenidos y generan nuevas preguntas que impulsan aprendizajes más profundos (Kolodner et al., 2003; Blumenfeld et al., 1991; Bruner, 1996). Tienen la libertad de elegir el problema que desean abordar, ya sea entre varias opciones o de manera completamente libre, según su nivel. La forma de trabajo en esta metodología es el trabajo colaborativo.

Los problemas o desafíos que se abordan mediante el ABP se convierten en una fuente constante de motivación que impulsa a los niños, niñas y jóvenes a aprender los conocimientos necesarios para concretar sus propuestas. Si, además, el proyecto tiene una utilidad social y produce resultados beneficiosos para otras personas, esto impacta positivamente en la autoestima de los participantes y aumenta aún más su motivación (Resnick, 2017; Hmelo-Silver, 2004; SEP, 2022c).

Los proyectos interdisciplinarios representan una forma de integrar diferentes disciplinas y metodologías de enseñanza con el objetivo de promover un aprendizaje que los ayude a ser más competentes en ciencias y matemáticas. Aunque el aprendizaje colaborativo no es siempre necesario, es beneficioso que los estudiantes experimenten con el trabajo en equipo (Thomas, 2000; Larmer et al., 2015; Bell, 2010).

Aprendizaje basado en proyectos

El ABP busca integrar áreas de conocimiento relacionadas, permitiendo que los estudiantes desarrollen habilidades específicas en su campo de estudio y también aprendan sobre otras disciplinas (Thomas, 2000; Bell, 2010; Larmer, Mergendoller y Boss, 2015). El objetivo principal es que los estudiantes adquieran nuevas habilidades, aprendan unos de otros y fortalezcan su capacidad para desempeñarse en contextos diversos (Bruner, 1996; Hmelo-Silver, 2004), más allá de su especialización. Las etapas de los ABP son:

1. Selección del tema o problema. Elegir una idea o tema que resulte relevante e interesante para los estudiantes, puede ser un problema o fenómeno de su entorno.
2. Definir criterios y alcance. Establecer una pregunta orientadora o reto estimulante que delimite el proyecto, considerando la edad, los

conocimientos previos y los recursos disponibles, de manera que su desarrollo sea factible y sus resultados puedan presentarse en tiempo razonable.
3. Desarrollo de actividades. Realizar tareas, experimentos o investigaciones que conduzcan a la elaboración de un producto final que refleje lo aprendido.
4. Socialización de resultados. Presentar el producto final ante una audiencia externa en la feria de ciencias y tecnologías, fortaleciendo así la comunicación científica y la apropiación del conocimiento.

La Secretaría de Educación Pública en el documento de Atención educativa a estudiantes con aptitudes sobresalientes: preescolar, primaria y secundaria (SEP, 2022a), indica que:

> El aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es una estrategia en la que un grupo de estudiantes se reúne, con el acompañamiento de una o un tutor, a analizar y resolver un problema seleccionado o diseñado especialmente para el logro de ciertos objetivos de aprendizaje. Además de lo relacionado con la propia asignatura, el ABP proporciona una experiencia de aprendizaje compleja e integral. Desarrolla paulatinamente habilidades de colaboración, la búsqueda de información, el análisis, la síntesis, la solución de problemas, la toma de decisiones y la comunicación de resultados. Además, coadyuva a que se comprometan con sus propios procesos de aprendizaje favoreciendo el desarrollo de la autonomía. (SEP, 2022c)

En el marco del programa TalentoS, son las niñas, niños y adolescentes de manera individual o en equipo, quienes proponen y desarrollan proyectos basados en los temas de su interés. Estos proyectos se estructuran como proceso planeado de investigación, autodirigido y centrado en problemas reales que van más allá de los contenidos habituales de clase. Los participantes asumen un papel activo en la planeación, desarrollo y evaluación de sus proyectos, a partir los recursos con los que cuenta en CCS, como laboratorios, salas de cómputo, entre otros, y con frecuencia requieren acudir al área de museos y salas de ciencia. Finalmente, se

promueve la presentación de los resultados en la feria de ciencias que promueve la institución (Resnick, 2017; Kolodner et al., 2003; Harlen, 2010; CCS, 2017).

Resultados esperados del programa

- Aumentar el número de participantes en eventos académicos del área de ciencia y tecnología.
- Promover una vocación científica, impulsando el crecimiento de la matrícula de las carreras profesionales vinculadas con la ciencia, la tecnología y la innovación.
- Promover el interés sostenido en la ciencia y tecnología entre los alumnos de nivel básico y medio superior.
- Mejorar los resultados académicos obtenidos en las áreas de Ciencias, Tecnologías, Ingenierías y Matemáticas (STEM por sus siglas en inglés).

El programa TalentoS se ha consolidado como un espacio fundamental para impulsar el potencial de NNAJ con aptitudes sobresalientes. Más allá de la formación académica de alto nivel, ofrece una oportunidad de crecimiento personal y social, fortaleciendo la curiosidad, el pensamiento crítico y la colaboración (CCS, 2017; Gobierno del Estado de Sinaloa, 2017; Mancera, 2015; Freeman, 2010).

Los resultados alcanzados a lo largo de los años evidencian que brindar atención educativa especializada a este sector no solo constituye un acto de equidad y justicia social, sino también una inversión estratégica en el futuro del estado y del país. Con la firme visión orientada a la excelencia y la innovación de las nuevas generaciones, TalentoS continuará siendo un referente que inspira, motiva y abre caminos para que el talento local trascienda fronteras (Renzulli y Reis, 2014; Subotnik, Olszewski-Kubilius y Worrell, 2011; Gagné, 2015).

Capítulo 3

La participación de AASM en las Olimpiadas de Matemáticas

Todo es número.
Pitágoras

Las Olimpiadas de Matemáticas representan una valiosa oportunidad para el desarrollo integral de los AASM. Su participación en estos certámenes representa una experiencia enriquecedora tanto a nivel personal como académico. Estos eventos no solo les permiten demostrar y ampliar sus habilidades matemáticas, sino que también les ofrecen un entorno desafiante y motivador que estimula su pensamiento crítico, su creatividad y su perseverancia.

Entre las principales ventajas de participar en olimpiadas matemáticas se encuentra la posibilidad de profundizar en el conocimiento matemático más allá del currículo escolar, enfrentándose a problemas que demandan razonamiento abstracto, estrategias novedosas y una comprensión profunda de conceptos, lo que permite al estudiante explorar áreas de las matemáticas que quizá no se abordan de manera formal en el aula.

A través de este proceso, los AASM aprenden a resolver problemas de manera rigurosa, ordenada y lógica, habilidades esenciales no solo para las matemáticas, sino para cualquier ámbito académico o profesional. La preparación para las competencias implica asumir retos constantes, aprender de los errores y encontrar múltiples caminos para llegar a una solución, fortaleciendo la autonomía intelectual y la resiliencia ante la dificultad.

En el plano personal, las olimpiadas fomentan valores como la disciplina, la constancia, la humildad ante el conocimiento y el trabajo colaborativo. Con frecuencia, el proceso de preparación se lleva a cabo en comunidad, junto con otros jóvenes igualmente motivados, lo que genera un sentido de pertenencia a y autoestima académica. Este entorno de colaboración y respeto impulsa a los participantes a mantener viva su curiosidad y su interés por aprender. Destacar en este tipo de competencias puede abrir oportunidades educativas valiosas, como becas, estancias académicas y proyección a nivel nacional e internacional, convirtiendo

la experiencia olímpica en una plataforma de crecimiento personal y académico que puede influir positivamente en el futuro profesional del estudiante.

En síntesis, participar en las Olimpiadas de Matemáticas no es solo un reconocimiento al talento; es, sobre todo, una experiencia formativa integral que impulsa a los AASM a convertirse en pensadores independientes, críticos y apasionados por el conocimiento, capaces de enfrentar con entusiasmo los desafíos del mundo actual.

XIII Olimpiada en Culiacán Sinaloa

Desde 2013, las alumnas y los alumnos de educación primaria y secundaria en Sinaloa han mostrado una participación entusiasta en las Olimpiadas de Matemáticas organizadas por la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas (ANPM). En mismo año, marcó un hito histórico para la entidad, ya que Sinaloa participó por primera vez como estado competidor en la Olimpiada Nacional de Matemáticas, y de manera simultánea, fungió como sede de su XIII edición.

El evento se llevó a cabo en Culiacán, en las instalaciones del Centro de Ciencias de Sinaloa, convirtiéndose en un acontecimiento trascendental para la divulgación y la promoción del talento matemático en el estado. De acuerdo con notas periodísticas publicadas en 2013, Sinaloa obtuvo su primera medalla en esta competencia nacional, gracias al desempeño del alumno Isaac Jair Jiménez Uribe, quien consiguió medalla de bronce (ver Figura 3). La nota periodística señala:

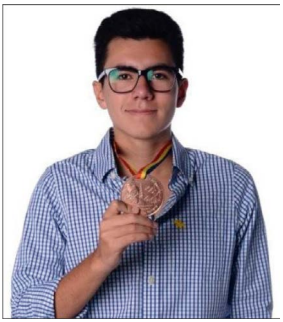
> Del 1º al 4 de mayo del 2013, se celebró en Culiacán Sinaloa la 4ª Olimpiada Nacional de Matemáticas para alumnos de Primaria (4ª ONMAP) y en la 13ª Olimpiada Nacional de Matemáticas para Alumnos de Secundaria (13ª ONMAS).
>
> Las competencias académicas reunieron en Culiacán a 27 delegaciones de estudiantes, profesores de matemáticas y evaluadores de exámenes provenientes de diversos estados del país.
>
> El evento fue organizado por la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas y el Gobierno del Estado de Sinaloa, a través de la Secretaría de Educación Pública y Cultura y el apoyo del Centro de Ciencias de Sinaloa.

El examen se aplicó en dos etapas, con duración de cuatro horas continuas cada una. Por las tardes los congresistas participaron en cursos y talleres de origami, robotrónica, resolución de problemas olímpicos; visitas guiadas por el museo de ciencias, funciones de astronomía en el Planetario, recorrido en el turibus por el "Culiacán de mis amores", así como espectáculos culturales en los que intervinieron el grupo musical juvenil Iklóo y la Compañía de Danza Folklórica con "Caminos de México".

A la ceremonia de clausura asistieron el Gobernador del Estado de Sinaloa Mario López Valdez y su esposa, el Secretario de Educación Pública y Cultura, Dr. Francisco Frías Castro, la Directora del Centro de Ciencias de Sinaloa, Lic. Rocío Labastida Gómez de la Torre, el Presidente del Comité Ejecutivo Nacional de la ANPM, Mtro. Huberto Meléndez Martínez y el presidente de la Delegación Sinaloa de Profesores de Matemáticas, el Mtro. Jesús Enrique Ruiz Cortés.

Fuente: https://www.uaem.mx/olimpiadas/matematicas/2012/omabamo/ResultadosMorelosEnONM2013.pdf

Figura 3. *Primer medallista por Sinaloa, de la XIII Olimpiada de Matemáticas de la ANPM*



El entonces delegado por Sinaloa de la ANPM en el 2013, el profesor Jesús Enrique Ruiz Cortez, señaló que desde la década de los ochenta habían surgido en el estado iniciativas académicas para el impulso del talento, como el Concurso Rafael Buelna Tenorio de la Universidad Autónoma de Sinaloa. Dicho concurso permitió que muchos jóvenes de distintas regiones del estado participaran en sus etapas eliminatorias con gran entusiasmo, motivados por el acompañamiento de sus profesores y familiares. Al respecto, Ruiz Cortez relató:

Después de varias etapas, llegamos a la final de ese concurso, y a quienes obtenían los primeros lugares recibían un viaje a la Ciudad de México. Allí convivíamos con ellos y nos dábamos cuenta del entusiasmo que les generaba la experiencia: se les abrían nuevas expectativas, empezaban a soñar con ser astronautas, ingenieros o dirigir empresas. Muchos de esos jóvenes provenían de familias con pocos recursos, pero gracias a estos concursos lograban proyectarse hacia un futuro que de otra manera no hubieran imaginado.
Años después, desde el CCS, comenzamos a buscar contactos con una maestría en el CINVESTAV en Educación Matemática, dirigida a profesores de nivel medio superior. En esa búsqueda de organismos e instituciones que pudieran colaborar y fortalecer estas experiencias, invitando expertos y estableciendo referentes conocimos al doctor Eduardo Mancera. Él, a través de la ANPM, además de organizar congresos, coordinaba las Olimpiadas de Matemáticas para estudiantes de educación básica.
Queríamos contar con un capítulo Sinaloa, y en total acuerdo con la ANPM se estableció dicho capítulo. El doctor Eduardo Mancera ofreció conferencias y ayudó a instalar el equipo directivo del capítulo Sinaloa de la ANPM. Se impartieron cursos, talleres y conferencias, además de que nos presentaron la Olimpiada Nacional de Matemáticas. A partir de entonces, Sinaloa participó activamente en los congresos: Zacatecas (2011), en la Ciudad de México (2012), en Culiacán (2013) y en Mazatlán (2014). Se abrió así la oportunidad de que muchos jóvenes pudieran participar. Aunque en un inicio no se obtuvieron medallas, sí se adquirió una gran experiencia.
La primera capacitación en resolución de problemas olímpicos fue impartida por el doctor César Pérez Carrizales, dirigida tanto a docentes como a estudiantes. Bajo su entrenamiento, Issac Jair obtuvo medalla de bronce en 2013, la primera para Sinaloa en este concurso. A partir de ese momento se dio un efecto multiplicador, los asistentes a ese curso lo replicaron con sus colegas y otros estudiantes, generando una chispa del entusiasmo y el interés por participar, aprender más y compararse con otros estados.
En pocos años empezamos a igualar y superar las expectativas, alcanzando el nivel de estados que tradicionalmente eran medallistas, pese a enfrentar limitaciones económicas y contextuales, siempre respaldados por la SEPyC, el CCS y el CECYT. Para

> nosotros, 2013 y 2014 fueron años de consolidación de nuestra participación en la ANPM, por primera vez una sede consecutiva: Culiacán y Mazatlán, albergó tanto el Congreso Nacional como la Olimpiada Nacional de Matemáticas.

El CCS organizó la logística y se contó con la presencia de destacados investigadores internacionales como Juan Godino, Adela Jaime, Ubiratan D'Ambrosio y Michèle Artigue, así como nacionales de gran renombre como Eduardo Mancera, Ricardo Cantoral, Patrick Scott, Ángel Ruiz, Santos Trigo y Ernesto Sánchez Sánchez. Esto permitió abrir espacios para que nuestros docentes locales presentaran ponencias y compartieran experiencias exitosas. En la Figura 4 se muestra la fotografía grupal de los competidores y asistentes a la XIII Olimpiada Nacional de Matemáticas de la ANPM, celebrada en Culiacán, Sinaloa.

Figura 4. *Foto grupal de los competidores y asistentes a la XIII Olimpiada Nacional de Matemáticas de la ANPM*

Las 27 Delegaciones con el Gobernador y el Secretario de Educación y Cultura de Sinaloa, el Comité ejecutivo Nacional de la ANPM, la Directora del Centro de Ciencias de Sinaloa y los anfitriones de la ANPM estatal.

Fuente: https://www.uaem.mx/olimpiadas/matematicas/2012/omabamo/Resultados-MorelosEnONM2013.pdf

Desde la olimpiada del 2013, Sinaloa ha mantenido una participación destacada en las competencias nacionales de matemáticas. Los programas de apoyo a los AASM del Centro de Ciencias de Sinaloa en 2017, Sinaloa, han sido determinantes para consolidar esta trayectoria, fortaleciendo la preparación, el acompañamiento y la formación de los participantes.

XIV Olimpiada en Mazatlán, Sinaloa

La presencia de estudiantes sinaloenses en competencias nacionales de matemáticas ha sido reconocida en diversos medios de comunicación, lo cual constituye un testimonio del desarrollo de habilidades sobresalientes en este campo. Las notas periodísticas no solo documentan los logros obtenidos, sino que también evidencian el impacto de estos eventos en la formación académica y personal de los participantes.

Un ejemplo significativo se encuentra en la cobertura de la Olimpiada Nacional de Matemáticas celebrada en Mazatlán en el año 2015, donde la prensa local destacó la participación y los éxitos alcanzados por alumnos de nivel básico, quienes obtuvieron medallas en diversas categorías. A continuación, se presenta un extracto de la nota periodística publicada en un diario local:

> El Centro de Ciencias presentó a los cinco estudiantes de nivel básico de la entidad que sobresalieron en la décimo cuarta edición de la Olimpiada Nacional de Matemáticas, cuya sede fue el puerto de Mazatlán. Se trata de los alumnos de escuelas públicas y privadas de Los Mochis, Salvador Alvarado, Culiacán y Mazatlán, que lograron una medalla de oro, una de plata y tres de bronce. La entidad figuró a nivel nacional como el estado con más logros de dicha competencia de conocimiento, celebrada del 19 al 21 de mayo, y organizada por la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas.
>
> En el evento se dio a conocer que el ganador de la medalla de oro, Isaac Jair Jiménez Uribe, estudiante de segundo grado del Instituto Chapultepec, recibirá asesoría por parte de expertos para enfrentar el concurso internacional el próximo año, en Corea.
>
> En el evento fueron presentados también Paúl Ríos Miranda, estudiante de quinto grado de primaria de Mazatlán, ganador de medalla de plata; Denisse Castro Félix, de primero de secundaria en Culiacán; Paúl Sánchez Domínguez, de primero de secundaria en Guamúchil; y Fernando Medina Varela, de tercer grado de secundaria en Los Mochis, ellos ganaron medalla de bronce.
>
> La directora del Centro de Ciencias de Sinaloa, Rocío Labastida Gómez de la Torre, dio a conocer que los jovencitos que resultaron ganadores de esas medallas para Sinaloa se sumarán al Grupo

> ASES, del Centro de Ciencias. Señaló también que se apoyará a Isaac Jair Jiménez para que asista a los diversos estados de la República donde se entrenará a los medallistas que buscarán integrar la delegación mexicana que participará en la Olimpiada Internacional de Matemáticas.
>
> El delegado estatal de la Olimpiada, Jesús Enrique Ruiz Cortez, comentó que los resultados de la Olimpiada Nacional de Matemáticas representan el esfuerzo que los participantes sinaloenses pusieron en su preparación para la competencia. "El año pasado Sinaloa quedó en el lugar número 22 de la Olimpiada, y esta ocasión logró la posición número 11, con 167 puntos obtenidos por los ganadores en la competencia", destacó.
>
> Los medallistas coincidieron en la importancia de que Sinaloa sea sede de esta competencia. "El hecho de que la olimpiada se realice en Sinaloa nos motivó a esforzarnos", comentó Jair, el ganador de oro. Fernando Medina destacó la importancia de la difusión de noticias relacionadas con la ciencia y la tecnología por parte de la prensa, pues dijo, esto permite que cada vez más niños y jóvenes se empapen de ese tipo de información y no de situaciones negativas. "Los jóvenes queremos leer más noticias de ciencias, de física, de matemáticas, de deportes, no de violencia; se difunde mucha violencia, si leemos solo eso, no tendremos de dónde tomar ejemplos", comentó.
>
> *Fuente*: https://www.noroeste.com.mx/buen-vivir/presentan-a-ganadores-de-olimpiada-de-matematicas-LBNO883008

Algunas anécdotas

Un niño comentó en la olimpiada del 2014 en Mazatlán que lo que más deseaba era conocer el mar, y gracias a la olimpiada pudo hacerlo.

A Eduardo Mancera le preguntaron qué opinaba de la organización de la olimpiada y respondió: "Este glamour en ninguna otra parte lo hemos tenido".

Estos eventos detonaron la masificación de los diplomados: de 8 a 10 grupos pasamos a 47 simultáneamente, en 9 municipios del estado, con más de 1200 profesores involucrados. Esto consolidó una masa

crítica, un cuerpo académico que ha permitido alcanzar todos estos logros, mantenernos unidos y estar listos para ser nuevamente sede de próximas olimpiadas, además de seguir compitiendo por los primeros lugares nacionales.

Participación de Sinaloa en la XXV Olimpiada Nacional en Cholula, Puebla

Desde 2013, Sinaloa ha participado de manera ininterrumpida en cada edición de la Olimpiada Nacional de Matemáticas organizada por la ANPM. Aquel año marcó su debut y también su primera medalla de bronce. Doce años después, en la XXV Olimpiada Nacional de Matemáticas (2025), el esfuerzo conjunto de estudiantes, entrenadores y docentes rindió frutos: Sinaloa celebró con orgullo la obtención de 14 medallas, un logro sin precedentes que refleja la madurez, constancia y crecimiento del programa en el estado (ver Figura 5). A continuación, se presenta la nota periodística que documenta este importante acontecimiento:

> Culiacán, Sinaloa, a 05 de mayo de 2025.- Con excelentes resultados, un total de 18 jóvenes alumnos sinaloenses de educación básica participaron en la fase nacional de la XXV Olimpiada Nacional de Matemáticas para Alumnos de Primaria y Secundaria (ONMAPS), celebrada en esta ocasión en Cholula, Puebla, donde 14 alumnos obtuvieron medallas, destacó este lunes el Gobernador Rubén Rocha Moya, durante su Conferencia Semanera. Seleccionados de entre un total de 94 mil 640 estudiantes, 12 jóvenes de primaria realizaron una brillante participación, al igual que 6 jóvenes de secundaria, seleccionados de entre un total de 8 mil 017 jóvenes, obteniendo en total 2 medallas de oro, 3 de plata y 9 de bronce, resultados que son ejemplo concreto de la efectividad de los diplomados especiales que se han instrumentado desde el inicio de esta administración.
>
> "Felicito tanto a las escuelas oficiales como a las escuelas particulares, felicito a las maestras, a los maestros. Debo decirles una cosa, con nuestro gobierno empezamos un diplomado en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas, cuantos maestros hemos capacitado con estos diplomados, es un diplomado avalado por científicos,

como el caso de Octavio Paredes, que es un científico que ha obtenido medallas en el mundo y que es sinaloense por cierto, es uno de los que asesora este diplomado", destacó el Gobernador.

El mandatario estatal anunció que otorgará una computadora portátil a cada uno de los jóvenes que participaron; Javier David Leal Quintana y Bruno López Duarte (oro), Joaquín Emmanuel Valenzuela Acosta, Carlos Eleazar Genesta López y Alexander González Félix (plata), Mikel Ramírez Merín, Cesar Rafael López Chávez, Danna Paulina Rendón Valenzuela, Randy Velarde Rivas, Emmanuel Molina Castro, Matteo Vejar Escamilla, Gardenia Valdez Parra, Dante Aldebarán Valverde González y Adrián Riemann (bronce), así como José Bernabé Cárdenas Reyes y Emiliano González Quintero.

Por su parte, Gloria Himelda Félix Niebla, titular de SEPyC, destacó el importante papel de los docentes que capacitaron a los menores, quienes también serán estimulados por el Ejecutivo Estatal, cuyos nombres precisó para reconocer su logro. "Silverio Camarena Garay, delegado de la 12a Olimpiada Estatal de Matemáticas en Sinaloa, es la persona responsable de las 28 delegaciones que participaron, él fue el que representó a Sinaloa.

Para concluir, el Gobernador agregó que también está analizando la posibilidad de abrir un posgrado en esta materia, enfocado a los docentes, sin embargo, mientras es posible concretarla, los diplomados están ayudando a preparar a los maestros de una manera muy eficiente.

Fuente:https://sinaloa.gob.mx/destacados-estudiantes-sinaloenses-obtuvieron-14-medallas-en-la-olimpiada-nacional-de-matematicas-rocha-moya/

Figura 5. *Delegación Sinaloa, Olimpiada de Matemáticas 2025*

Entrevistas a delegados, diseñadores de reactivos olímpicos y entrenadores

Más allá de calcular o resolver problemas complejos, detrás del éxito de los AASM existe una red de profesores con una amplia experiencia que orientan, diseñan retos y acompañan cada paso del proceso formativo. En esta sección se presentan las opiniones de delegados, diseñadores de reactivos olímpicos y entrenadores, quienes comparten sus experiencias en la detección y el desarrollo del talento matemático. A través de sus testimonios, se revela el proceso de cómo se construyen las pruebas, qué buscan en los participantes y cuáles son los valores, actitudes y estrategias pedagógicas que consideran esenciales para formar jóvenes capaces de disfrutar, comprender y vivir las matemáticas con entusiasmo.

Testimonio profesor Silverio Camarena Garay

Basado en mi experiencia durante los 12 años consecutivos en que he formado parte de la organización de la Olimpiada Estatal de Matemáticas en Sinaloa, he observado que las alumnas y los alumnos que participan no solo destacan en el campo de las matemáticas; su actitud los impulsa también a sobresalir en otros campos del conocimiento.

Al brindarles apoyo en las asesorías para su participación en la etapa nacional, he notado que, en general, no le dan la debida importancia a describir paso a paso los procesos de resolución de un problema. Tienden más hacia la parte argumentativa, omitiendo pasos que ellos consideran obvios.

Algunos son poco participativos: les gusta escuchar las opiniones de los demás y, aunque a veces parecen distraídos, en realidad están recogiendo ideas para formarse una conjetura propia y así construir su propia argumentación.

También existen alumnas y alumnos completamente extrovertidos, incluso inquietos, que desean en todo momento expresar su opinión al resolver un problema de matemáticas. Esta actitud les permite con facilidad trabajar en equipo y adaptarse al modo de trabajo del grupo.

Testimonio profesor Edmar Mota García

A veces uno espera que nuestros hijos sigan nuestros pasos en todos los aspectos. Esto no es posible ni deseable. Nuestros hijos deben seguir su propio camino y tomar sus propias decisiones, aunque estas sean solo tangencialmente parecidas a las nuestras. Al fin y al cabo, han sido criados por nosotros y han bebido de nuestro pensamiento y nuestra filosofía y han aprendido de lo que les hemos mostrado y enseñado.

Esto es diferente cuando uno es docente. En este caso, la probabilidad de encontrar a alguien más parecido a como nosotros nos acordamos de que éramos es muy alta. Durante mi infancia, desde mis primeras experiencias escolares hasta la universidad, he participado en eventos de carácter académico con distintos grados de éxito. Podios estatales y triunfos nacionales. Al incorporarme al equipo de la Olimpiada de Matemáticas en el Estado de Sinaloa, fue como cerrar el círculo. No con los míos, sino con mis espejos. Alumnos preguntones, directos, avezados, lógicos y, sobre todo, en su nivel, altamente independientes.

Los caminos de la profesión docente, después de transitar por posgrados de alta calidad, me llevaron, después de un tiempo de apoyar en el desarrollo y ejecución de diplomados de enseñanza de las matemáticas a profesores de distintos niveles, a encontrarme y colaborar con la ANPM

en la realización de las olimpiadas de matemáticas. Para mí era el progreso lógico después de aplicar por varios años los eventos de la Sociedad Matemática Mexicana en nivel básico. Las denominadas competencias Cotorra y Primavera.

Como aplicador he tenido experiencias muy enriquecedoras. Por ejemplo, encontrarme alumnos con alguna BAP (barreras para el aprendizaje y la participación) realizar sus exámenes de manera muy honrosa. Observar que todos los alumnos en todos los niveles de participación, desde el nivel escuela al estatal, tanto en primaria como en secundaria, responden correctamente y atentos cuando su aplicador es respetuoso, directo y sabe muy bien los lineamientos del evento. Porque este tipo de estudiantes necesita que les digan directa y correctamente las instrucciones. En una ocasión estaba más preocupado por otra actividad alejada en el tiempo y me equivoqué en algunas indicaciones. Eso fue suficiente para desatar el caos y permitió que se retrasara la entrega. En esta etapa de aplicador, he sido testigo de alumnos que un año fueron exitosos, fracasar en otro, ya sea por desinterés o porque algún otro compañero descubrió que podía también ser bueno en estos eventos, si estudia y se prepara.

La experiencia como evaluador ha sido por demás interesante y formadora. Discutir con colegas respecto a puntajes que pueden ser la diferencia entre una medalla y un diploma de participación, así como también discutir las diferentes formas de resolver un problema olímpico.

Últimamente he participado en la elaboración de los instrumentos de evaluación. Mi idea, discutible quizás, es que la Olimpiada de Matemáticas en nuestro estado es un evento que debemos masificar, pero hay un nivel en el que debemos subir la marca para obtener éxito; los ejercicios deben ser complejos e interesantes, que permitan ver propiedades ocultas o raras de los números, más allá de aplicar un "Aprendizaje Esperado" bajo la lupa ya caduca de "las competencias" o bajo la jerga actual, ayudar a alcanzar un proceso de aprendizaje específico Porque el proceso mental de plantear una solución a un problema difícil e interesante es por sí mismo una prueba de que estos alumnos ya han alcanzado el perfil de egreso de su respectivo nivel. Y lo hemos hecho en lo que cabe.

Esas experiencias son muy enriquecedoras y permiten mejorar los procesos del evento. La idea de "buscar y entrenar", aunque sea exitosa,

como en un deporte, no es compatible con la estructura docente, pública y privada, de nuestro país. La estrategia de la olimpiada estatal es la correcta, porque permite encontrar alumnos sobresalientes en condiciones increíbles, por ejemplo, alumnos de telesecundaria que logran llegar a la etapa estatal El descubrimiento solo se logra cuando probamos a todos.

Testimonio profesora Angélica María Bermúdez Palomares

Para mí esta oportunidad de ser diseñadora y evaluadora ha sido un reto muy grande, y en ocasiones difícil. Sin embargo, puedo decir que me ha traído mucha satisfacción ser parte del equipo, un equipo que me ha permitido desenvolverme y aprender mucho de esta experiencia matemática. Lo valioso de la olimpiada son los niños que participan, sus maestros capaces y responsables que gustan de las matemáticas. Por eso están ahí los maestros diseñando problemas que implican un reto, pero que también se disfrutan. Los niños dando respuestas utilizando estrategias diferentes hasta llegar a la creatividad e incluso a lo que es divertido, pero claramente dejan ver que se ha requerido de un razonamiento de análisis y reflexión. Muchas veces me he impactado de sus formas de resolver los desafíos a su corta edad; realmente la creatividad está presente. Definitivamente, la autonomía que tiene el niño para responder no se limita y ahí surge la riqueza de sus respuestas.

Las características de este tipo de alumnos son muy variadas; podemos ver niños con una diversidad de carácter, de personalidad, de comportamiento. Tenemos la creencia de que las matemáticas son solo para inteligentes o alumnos muy destacados académicamente. Sin embargo, a este nivel han llegado alumnos que son perseverantes, que se han dedicado a explorar, que les gana la curiosidad, buscan cómo resolver. Considero que hay momentos que manejan estrés cuando el reto es grande. Me ha tocado ver alumnos que lloran, salen del salón y regresan a continuar porque así lo desean; tienen un sentido de responsabilidad y se esfuerzan por lograrlo.

Los AASM son muy cuidadosos; me he dado cuenta de que buscan ir por partes. Muchos inician, se equivocan, vuelven a empezar y van dividiendo el problema si pueden hacerlo, hasta que encuentran una estrategia

que consideran que les dará resultado. En problemas de combinatoria he observado que van por orden y me asombra cómo encuentran la forma clara de ir paso a paso hasta encontrar todas las opciones posibles. Muchos logran respuestas correctas, otros hacen intentos creativos que los acercan, pero en este concurso, siempre se motiva para que continúen avanzando y se aceptan todas las formas de resolverlo. Otra estrategia a la que recurren es al dibujo; creo que a muchos se les facilita más cuando hacen gráficas. Otros recurren a fórmulas y las dos formas demuestran en sus respuestas que tienen claro lo que hacen, por lo que considero que piensan lógicamente.

Respecto a la actitud o a la forma de trabajo entre hombres y mujeres, no he observado mucha diferencia, quizás porque las niñas son como más serias o responsables; quizás, sus exámenes me ha tocado que son más limpios y ordenados y más temerosas de entregar sus resultados antes de tiempo, y los niños son como más animados a que ya termine y entrego. Sin embargo, creo que en conocimiento es igual; hemos tenido ganadores, hombres y mujeres.

Respecto a la motivación de los alumnos por participar en las olimpiadas, considero que tiene que ver mucho con el maestro que tienen, que les brinde la motivación, el interés por las matemáticas, por pensar y resolver problemas. Otro aspecto es la satisfacción que sienten al darse cuenta de que están razonando, entendiendo lo que les pide el problema, y empiezan a sentir gusto por continuar y saber hasta dónde pueden llegar.

En cuanto a la oportunidad de ser diseñadora, mi mayor reto es diseñar reactivos que sean comprensibles para todos, es decir, que todos los niños lo entiendan igual y que tengan un nivel adecuado de razonamiento para que el niño lo analice y busque cómo llegar a la solución, que no sea sencillo ni tan complicado que no lo pueda resolver.

Testimonio profesora Yadira Eréndira Torres Vera

Trabajar con alumnos sobresalientes en matemáticas en primaria es fascinante, pero también viene con sus bemoles. No todos los niños que destacan en esta área lo hacen de la misma forma y tampoco siempre encajan fácilmente en la dinámica del aula. Hay quienes son muy buenos

en todo, en lenguaje, ciencias, matemáticas, y parecen navegar con soltura en cualquier asignatura; pero también están los que brillan específicamente en matemáticas, aunque no siempre se ajustan a las expectativas escolares: cuestionan mucho, se impacientan con las rutinas o incluso pueden parecer distraídos cuando en realidad están pensando diez pasos adelante.

Algunos pueden resolver con rapidez; otros necesitan más tiempo para construir una solución muy original. Y ahí es donde una mirada estratégica al proceso ayuda muchísimo: no se trata solo de llegar al resultado, sino de mirar cómo lo piensan, cómo planean, cómo exploran caminos alternativos. Sin embargo, un solo acertijo o problema no basta para identificarlos. A veces se necesita observarlos en diferentes momentos, con distintos tipos de tareas, para realmente notar su potencial. Porque lo cierto es que no todos se expresan igual: algunos lo hacen verbalmente, otros con dibujos, otros escribiendo pasos lógicos sin mucho adorno. Y claro, en aulas superpobladas, esto se complica. Con 30 o más estudiantes, no siempre hay espacio para detenerse y mirar con lupa a cada niño. Pero muchas veces basta con estar atentos a ciertas señales: cómo razonan, cómo se frustran, si encuentran otras formas de llegar al mismo resultado, si plantean preguntas que van más allá del libro. Es como si uno desarrollara un radar, afinado por la observación y la experiencia.

Detectar a estos alumnos y trabajar con ellos no se trata de darles "más de lo mismo", sino mejores desafíos: problemas abiertos, proyectos de investigación, juegos matemáticos con niveles de complejidad creciente. Ellos lo agradecen, porque no solo necesitan acertijos difíciles, sino espacios donde puedan equivocarse, justificar y, sobre todo, disfrutar de pensar. Algo que también suele pasar, y es muy humano, es que muchos niños justifican no saber algo con la frase: "Eso no me lo ha enseñado mi maestro". Es una manera de protegerse ante lo desconocido, de no sentirse "malos" en algo que simplemente nunca han explorado. Pero lo hermoso es que, una vez que lo entienden, que alguien les explica con paciencia o les da espacio para pensar, siguen adelante con entusiasmo. Se nota que disfrutan ese clic mental que ocurre cuando algo que parecía extraño se vuelve claro. Ese momento es clave: muestra que no se trata de falta de capacidad, sino de oportunidad.

Entrenar a alumnos para olimpiadas matemáticas en escuelas públicas donde no hay docentes especializados es una aventura que mezcla ingenio, constancia y mucha pasión. No se parte de un lugar "ideal"; a veces no hay libros adecuados, ni tiempo extra en el horario, y mucho menos alguien con formación específica en matemáticas avanzadas. Pero lo que sí hay y que a veces vale más es voluntad, tanto de los alumnos como de los docentes que se animan a guiarlos, aunque sea aprendiendo junto con ellos. Todo empieza con detectar a esos niños curiosos que no se conforman con lo que el libro de texto propone. Tal vez no sacan 10 en todo, pero hacen preguntas que descolocan, resuelven problemas "a su modo" o simplemente disfrutan los retos lógicos. Una vez identificados, el siguiente paso es cultivar el pensamiento matemático más allá del aula: proponerles acertijos, problemas abiertos, juegos de lógica o incluso tareas que impliquen deducción o inducción, aunque no tengan un vínculo directo con el programa escolar.

El enfoque cambia: se trata de enseñarles a pensar como pequeños matemáticos. A seguir pistas, a equivocarse sin miedo, a revisar lo que hicieron, a explicarlo con sus propias palabras. Aunque no haya docentes especialistas, hay materiales disponibles (muchos en línea, gratuitos), y grupos de maestros que se apoyan entre sí para armar sesiones de entrenamiento. Lo importante es que el alumno no se sienta presionado por competir, sino motivado por el gozo de resolver, de descubrir patrones, de entender cómo funciona el mundo a través de números y estructuras.

Entrenar para olimpiadas también es un trabajo emocional. Porque al principio fallan, se frustran, no entienden por qué "esto no se parece a lo que hacemos en clase". Pero ahí entra la constancia: resolver un problema a la semana, reunirse en recesos, dedicar parte de una tarde. Poco a poco se forma un ritmo. Los alumnos empiezan a confiar en sus ideas y los docentes, aunque no sean expertos, desarrollan una intuición para saber cuándo guiar y cuándo dejar que el niño explore. Y cuando uno de esos niños va a una olimpiada, aunque no gane, vuelve cambiado, regresa sabiendo que las matemáticas no son solo operaciones y fórmulas, sino una manera distinta de mirar la realidad.

Profesor Julio César Ramos González

Considero que los aspectos más valiosos de mi experiencia en las olimpiadas son el aprendizaje y el fortalecimiento de mi práctica educativa en el ámbito del desarrollo del pensamiento matemático. La oportunidad de poner en juego ideas y fortalecer la creatividad. Con respecto a los AASM, he observado que tienen virtudes, como la paciencia y la perseverancia. Tienen una manera especial de estructurar sus ideas, activan al máximo su imaginación y ponen en juego habilidades de pensamiento difíciles de dominar. Con naturalidad, hacen suyos los sistemas matemáticos para descomponerlos y recrearlos, alcanzando así la metacognición que se plasma en su narrativa. Por lo general, son tenaces, perceptivos y muy inquietos.

Por eso, como diseñador, es un reto poder crear problemas matemáticos adecuados, que representen un verdadero reto, pero que sean, a la vez, alcanzables. Poder diseñar un instrumento que ponga en juego varias habilidades y saberes que puedan ser plasmados con claridad.

Profesor Óscar Velázquez Ortega

En mi experiencia, los alumnos con aptitudes sobresalientes en matemáticas piensan de forma muy analítica y reflexiva; les gustan los retos. Por eso, para mí es importante crear problemas que realmente los desafíen y estén al nivel de sus capacidades.

Profesora Rosario Elizabeth Beltrán Sauceda

Una de las experiencias más valiosas dentro de la Olimpiada de Matemáticas es la posibilidad de aprender de otros maestros y de los distintos procesos de solución que emplean los alumnos. Considero que los estudiantes que logran destacar en esta disciplina se distinguen por su excelente comprensión lectora, sus habilidades metacognitivas para explicar los procedimientos que siguen, el dominio de diversas herramientas matemáticas y la flexibilidad de pensamiento que les permite abordar los problemas desde diferentes perspectivas.

En cuanto a la forma en que estos alumnos razonan, observo que poseen una manera de pensar organizada, acompañada de una constante curiosidad por encontrar soluciones. Su pensamiento se caracteriza por ser lógico, crítico y sistemático.

Hasta ahora, no he observado diferencias significativas entre hombres y mujeres en cuanto a actitud o forma de trabajo; en ambos géneros existen alumnos con características favorables para participar en la olimpiada; ocasionalmente, se nota una ligera diferencia en la limpieza u orden con que presentan sus respuestas.

Respecto a la motivación que impulsa a estos jóvenes, identifico principalmente el interés por ampliar sus conocimientos matemáticos, el deseo de compartir con otros estudiantes que comparten la misma pasión, la búsqueda de reconocimiento y, en algunos casos, el cumplimiento de las expectativas familiares. Entre los rasgos comunes que observo, están su manera de enfrentar problemas no rutinarios y su perseverancia. Son alumnos que no se dan por vencidos fácilmente y logran superar pensamientos negativos para seguir intentando hasta alcanzar la solución.

Como diseñadora, considero que uno de los principales desafíos al elaborar problemas olímpicos consiste en cuidar la redacción, de modo que no genere confusiones, y en verificar la pertinencia de los ejercicios con respecto al grado escolar, los contenidos y el nivel de complejidad adecuado.

Profesora Nadia del Rocío Pelayo Ochoa

Lo más valioso de mi experiencia dentro de la Olimpiada ha sido acompañar a estudiantes que encuentran en las matemáticas una fuente de disfrute, reto y crecimiento personal. Considero que la Olimpiada se convierte en un espacio donde los jóvenes desarrollan autonomía intelectual, pensamiento crítico y perseverancia. Además, el intercambio entre docentes, entrenadores y alumnos enriquece la práctica educativa y reafirma la importancia de promover el talento matemático desde edades tempranas.

Los estudiantes que logran destacar en matemáticas suelen tener una gran curiosidad intelectual, disposición para enfrentarse a lo desconocido y una notable capacidad para abstraer, generalizar y establecer relaciones

entre conceptos. Son perseverantes, disfrutan los desafíos cognitivos y muestran gusto por la búsqueda de diferentes caminos para resolver un mismo problema.

Su razonamiento es flexible, analítico y creativo. No se conforman con aplicar procedimientos mecánicos, sino que buscan comprender la lógica que hay detrás de cada problema. Tienden a explorar patrones, formular conjeturas y verificar sus resultados con rigor. Creo que su pensamiento combina de manera equilibrada la intuición y la formalidad.

En general, no observo diferencias en la capacidad entre hombres y mujeres, pero sí en la confianza y la forma en que enfrentan los retos. Los varones suelen mostrarse más competitivos y seguros al exponer sus ideas, mientras que muchas alumnas son más meticulosas, reflexivas y cuidadosas en su razonamiento. Sin embargo, cuando se sienten acompañadas y motivadas, las alumnas destacan con la misma excelencia que sus compañeros.

La mayoría de los estudiantes se siente motivada por la satisfacción personal de resolver problemas y descubrir nuevas formas de pensar. Disfrutan más el proceso que el resultado, valoran el reto intelectual y, en muchos casos, encuentran en la Olimpiada un entorno donde se sienten comprendidos y estimulados en su forma particular de aprender. También los motiva el reconocimiento y la oportunidad de convivir con otros jóvenes que comparten su pasión.

En su manera de enfrentar los problemas no rutinarios, he observado rasgos comunes como la perseverancia, la capacidad de mantener la calma ante la incertidumbre y el gusto por explorar alternativas. No se desaniman fácilmente ante la dificultad; al contrario, disfrutan el proceso de búsqueda y resolución.

Desde mi experiencia como diseñadora de problemas olímpicos, considero que el principal desafío consiste en elaborar ejercicios que vayan más allá de la aplicación mecánica de fórmulas. Se requiere plantear situaciones que realmente midan la comprensión profunda, la capacidad de argumentar y la creatividad de los estudiantes. Otro reto importante es lograr un equilibrio entre la dificultad y la claridad del enunciado, para que los problemas sean accesibles, pero al mismo tiempo permitan distinguir entre quien domina procedimientos y quien realmente razona matemáticamente.

La formación del profesorado, parte esencial del proceso

La identificación temprana de AASM constituye un elemento fundamental para promover el desarrollo del talento y ofrecer oportunidades educativas acordes con sus capacidades. En este sentido, el profesor frente a grupo juega un rol decisivo, ya que posee un conocimiento cercano y directo del desempeño de sus estudiantes, de sus estrategias de resolución y de sus actitudes ante los retos matemáticos.

La implementación de actividades de detección en el aula, tales como la resolución de problemas no rutinarios, la observación de procesos de razonamiento y la evaluación de la creatividad matemática, permite reconocer con mayor precisión el potencial de los alumnos. Esta aproximación no solo facilita la identificación de quienes poseen habilidades sobresalientes, sino que también proporciona información valiosa para diseñar estrategias pedagógicas personalizadas que fomenten su desarrollo y motivación en el aprendizaje de las matemáticas.

Estrategias para potencializar las características de los AASM

A continuación, se presentan algunas estrategias didácticas recomendadas para la detección y desarrollo del talento matemático:

- Plantear problemas abiertos y de investigación. Ofrecer retos matemáticos estimula la creatividad, el pensamiento crítico y la autonomía. Este tipo de problemas permite que los estudiantes exploren múltiples caminos de resolución y construyan conjeturas propias, promoviendo un aprendizaje profundo y reflexivo (Mason, Burton y Stacey, 2010).
- Desarrollo de proyectos matemáticos interdisciplinarios. Integrar las matemáticas con otras áreas del conocimiento, como física, informática o economía, mediante proyectos reales, fortalece el pensamiento matemático, el interés por la investigación y la capacidad de síntesis.
- Utilizar software matemático, simuladores y programación elemental. Incorporar herramientas tecnológicas como GeoGebra, Desmos, Scratch, Python o simuladores favorece la exploración de conceptos complejos, la experimentación con modelos y la visualización dinámica de relaciones matemáticas, promoviendo la curiosidad y el pensamiento abstracto (Papert, 1980; Wing, 2006).

- Fomentar la formulación de conjeturas y la elaboración de demostraciones. Impulsar a los estudiantes a proponer hipótesis y construir sus propias demostraciones fortalece el rigor lógico, la autonomía y el pensamiento crítico.
- Implementar tutorías y mentoría matemática. Crear espacios de acompañamiento académico donde los AAMS trabajen con docentes o investigadores en la resolución de problemas avanzados o en proyectos propios favorece el desarrollo de pensamiento matemático de alto nivel y la consolidación de intereses específicos.
- Participación en concursos y olimpiadas matemáticas. Las competencias ofrecen un entorno estimulante que desafía las habilidades matemáticas, promueve el trabajo en equipo y permite comparar ideas, estrategias y soluciones en un contexto motivador y competitivo.
- Promoción de la reflexión metacognitiva. Diseñar actividades en las que los alumnos analicen sus procesos de pensamiento, las estrategias utilizadas y los errores cometidos fortalece la capacidad de autoevaluación y fomenta una actitud crítica hacia el propio aprendizaje.
- Trabajo colaborativo y discusión matemática.
- Promover espacios de diálogo y colaboración donde los AAMS para debatir ideas, defender sus soluciones y confrontar distintos enfoques contribuye al desarrollo de habilidades comunicativas, argumentativas y sociales, esenciales para la práctica matemática.

La estrategia de la resolución de problemas

La identificación de AASM y de alumnos sobresalientes en general, de estudiantes con talento académico, ha sido tradicionalmente abordada mediante diversos recursos, entre los que destacan las pruebas psicométricas que miden inteligencia general (IQ). Sin embargo, diversas investigaciones sugieren que este enfoque resulta insuficiente para detectar las habilidades matemáticas específicas que caracterizan a los estudiantes talentosos.

De acuerdo con Jaime A. y Gutiérrez A. (2021), la identificación de estudiantes con alta capacidad matemática debe trascender las pruebas psicométricas tradicionales, pues estas tienden a centrarse en la medición

de la inteligencia general y no en las competencias cognitivas propias del pensamiento matemático. Su estudio destaca que la resolución de problemas matemáticos, especialmente aquellos que requieren generalización y flexibilidad cognitiva, constituye una herramienta más eficaz y sensible para detectar el talento matemático. Los autores señalan que los estudiantes con alta capacidad matemática se distinguen por su habilidad para abstraer, generalizar y establecer relaciones entre conceptos, características que se evidencian claramente cuando se les presentan problemas que desafían su pensamiento lógico y creativo. Además, enfatizan que la observación de las estrategias de resolución y la capacidad para enfrentar retos cognitivos son indicadores más precisos del talento matemático que los resultados obtenidos en pruebas de inteligencia estandarizadas.

Por ejemplo, Boran, Açıkgül y Köksal (2015) encontraron que, en una muestra de 64 estudiantes, no existía correlación significativa entre los puntajes de WISC (coeficiente intelectual verbal, de rendimiento y total) y el desempeño en pruebas tipo Olimpiada de Matemáticas. Mientras tanto, estas últimas se relacionaban de manera positiva con el logro escolar en matemáticas. Esto indica que las pruebas psicométricas tradicionales pueden pasar por alto habilidades clave, como la flexibilidad cognitiva, la capacidad de abstracción y el razonamiento lógico, que emergen de manera evidente en situaciones de resolución de problemas complejos.

De manera complementaria, Heinze (2005) documentó diferencias notables entre los estudiantes con y sin talento matemático en cuanto a sus estrategias de resolución: los primeros aplicaban pensamiento sistemático, exploraban patrones, formulaban conjeturas y verbalizaban sus procesos de razonamiento, características que no se reflejan en pruebas de IQ tradicionales.

Incluso estudios considerados clásicos, como el de Krutetskii (1976), ya señalaban que el pensamiento matemático sobresaliente se manifiesta principalmente en la resolución de problemas complejos, la capacidad de generalizar y abstraer, y la habilidad para identificar estructuras subyacentes en los conceptos matemáticos, más que por la puntuación en pruebas de inteligencia.

De manera similar, Leikin (2021) sostiene que las actividades de resolución de problemas, los círculos matemáticos y las competencias de alto nivel constituyen un instrumento central tanto para la identificación

como para el desarrollo del talento matemático, puesto que revela habilidades cognitivas y creativas que no son captadas por test estandarizados.

En conjunto, la evidencia sugiere que la detección de AASM se beneficia notablemente de enfoques centrados en la resolución de problemas y la evaluación dinámica, mientras que las pruebas psicométricas convencionales tienden a subestimar la capacidad de razonamiento matemático, la creatividad y la flexibilidad cognitiva de los estudiantes talentosos. Por ello, combinar pruebas de resolución de problemas no rutinarios como la observación cualitativa de estrategias y el análisis del desempeño académico permite una identificación más precisa y completa del talento matemático.

Desde esta perspectiva, proponemos que resolver problemas no rutinarios, de los empleados en las Olimpiadas de Matemáticas, se constituya como la estrategia principal para la detección y el desarrollo de AASM. Estos problemas característicos de áreas como la teoría de números, la combinatoria y la geometría exigen altos niveles de razonamiento lógico, abstracción y creatividad. En el siguiente capítulo se presentan definiciones de estas categorías, que reflejan la riqueza cognitiva y formativa en este tipo de desafíos.

La participación de alumnas y alumnos sinaloenses en las olimpiadas de matemáticas

En las Olimpiadas de Matemáticas de nivel básico, los problemas se agrupan en tres grandes áreas: teoría de números, combinatoria y geometría. Cada una de ellas desarrolla distintos tipos de razonamiento y pone a prueba habilidades específicas del pensamiento matemático.

La teoría de números impulsa la búsqueda de patrones, la formulación de conjeturas y el razonamiento lógico sobre las propiedades de los números; la combinatoria estimula la creatividad y la organización del pensamiento al analizar formas de contar, ordenar o clasificar posibles casos; y la geometría fortalece la visualización espacial, la argumentación lógica y la comprensión de relaciones entre figuras y construcciones.

El trabajo articulado de estas áreas no solo prepara a los estudiantes para competir, sino que también promueve una comprensión más profunda y flexible de las matemáticas escolares.

Teoría de números

La teoría de números es una rama fundamental de las matemáticas que estudia las propiedades y relaciones de los números enteros. Su objetivo es comprender la estructura aritmética de los enteros y resolver problemas mediante el razonamiento lógico, algebraico y demostrativo. Se centra en temas como la divisibilidad, los números primos, las congruencias y las ecuaciones diofánticas (Burton, 2011).

En el contexto de las olimpiadas de matemáticas, la teoría de números fomenta la creatividad algebraica y el razonamiento modular, ya que los participantes deben descubrir patrones numéricos, formar conjeturas y demostrar proposiciones relacionadas con los números enteros. Uno de los conceptos centrales es el razonamiento modular, por medio de la aritmética modular, que estudia las propiedades de los números según el residuo obtenido al dividirlos entre un número fijo, llamado módulo.

Se dice que dos enteros a y b son congruentes módulo n, si tienen el mismo residuo al dividirse entre n., esto se escribe como:

$$a \equiv b \pmod{n}$$

y significa que divide a la diferencia $a - b$; es decir:

$$n \mid (a - b)$$

Por Ejemplo, decimos que:

$$17 \equiv 5 \pmod{12}$$

porque 17 − 5 = 12, y 12 es divisible por 12.

En otras palabras, 17 y 5 dejan el mismo residuo (5) al dividirse entre 12.

En las olimpiadas de matemáticas, los problemas de teoría de números ayudan a que los estudiantes desarrollen su creatividad y forma de razonar con los números. A través de estos desafíos, los participantes aprenden a identificar patrones, descubrir regularidades y explicar las razones detrás de los resultados, más allá de solo hacer operaciones.

Aunque los estudiantes de primaria y secundaria todavía no usen álgebra formal, este tipo de ejercicios los prepara para pensar de manera lógica, estructurada y generalizada. Al enfrentarse a problemas que exigen justificar y comprender el concepto de número general, es decir, a usar un símbolo o letra para representar cualquier número. De esta forma, desarrollan una visión más abstracta del número y se inician en el pensamiento matemático, entendiendo el papel de la variable para expresar relaciones, una habilidad fundamental en etapas posteriores en el aprendizaje de las matemáticas.

Ejemplo 1:
Una pastelería de Culiacán quiere premiar a dos de sus empleados, Ana y Bruno, con una caja de pasteles. Cada pastel tiene un número entero positivo de porciones. Ana y Bruno deben repartirse la caja de modo que:

- entre ambos tengan exactamente 30 porciones,
- el producto de las porciones sea un número múltiplo de 72.

La dueña del negocio quiere saber cuántas formas distintas puede repartir las porciones cumpliendo esas condiciones. ¿En cuántas formas distintas puede hacerlo y cuántas porciones recibe cada uno en cada caso?

Solución:
Sean a y b el número de porciones de cada pastel.

Podemos empezar escribiendo las parejas (a, b) tales que $a + b = 30$.

Luego analizamos para cuáles de esas parejas el producto $a \times b$ es múltiplo de 72.

Recordemos que $72 = 2^3 \times 3^2$, lo cual nos ayuda a razonar sobre los factores que deben tener a y b.

El problema puede resolverse completamente usando solo factorización y criterios de divisibilidad.

Entonces tenemos que a y b son enteros positivos, $a + b = 30$ y $a \cdot b$ es múltiplo de 72.

Factorizamos $72 = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9$. Por tanto, $a \cdot b$ debe ser múltiplo de 8 y de 9.

1. Primero, buscamos múltiplos de 9 entre los enteros positivos menores que 30: son 9, 18, 27. Ahora revisamos las condiciones para cada uno:
   - Si uno de los números es 9: la pareja sería (9, 21). Pero $9 \cdot 21 = 189$ no es múltiplo de 8 (es impar), así que no sirve.
   - Si uno es 18: la pareja (18, 12) da $18 \cdot 12 = 216$. Como $216 / 72 = 3$, sí es múltiplo de 72.
   - Si uno es 27: la pareja (27, 3) da $27 \cdot 3 = 81$, que no es múltiplo de 8, así que no sirve.

   Así encontramos (18, 12) (y su simétrica (12, 18)) como solución posible.
2. Si ninguno de los dos es múltiplo de 9, entonces, para que el producto tenga 3^2, ambos deben ser múltiplos de 3 (cada uno aporta al menos un factor 3). Los múltiplos de 3 menores que 30 son 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27. Quitando los que ya consideramos con 9 (9, 18, 27), quedan posibles candidatos 3, 6, 12, 15, 21, 24.
   Ahora se necesita además que el producto sea múltiplo de 8. Eso requiere que la potencia total de 2 en a y en b sea al menos 2^3. Entre esos candidatos, los pares que suman 30 y son ambos múltiplos de 3 son:
   Considerando (6, 24), tenemos que $6 \cdot 24 = 144$. Como $144/72 = 2$, es múltiplo de 72 entonces cumple.
   (3, 27) ya se consideró y no es múltiplo de 8.
   (12, 18) también ya se consideró y es válida.
   (15, 15) En este caso tenemos que $15 \cdot 15 = 225$, no es múltiplo de 8.
   (21, 9) equivalente a (9, 21), no sirve.
   De estos casos, solo (6, 24) y (12, 18) cumplen la condición de sumar 30 y su producto es múltiplo de 72.
   - Entonces concluimos que las parejas (ordenadas) que funcionan son:

     (6, 24), (12, 18), (18, 12), (24, 6)

   - Si tomamos las parejas sin ordenar, las soluciones distintas son:

     (6, 24) y (12, 18)

Hacemos la verificación:

$$6 + 24 = 30 \text{ y el producto es múltiplo de } 72:$$
$$6 \cdot 24 = 144 = 2 \cdot 72$$

De igual manera,
$12 + 18 = 30$ y el producto es múltiplo de 72:
$12 \cdot 18 = 216 = 3 \cdot 72$

Entonces, el número de porciones de pastel pueden ser 6 y 24 o 12 y 18

Ejemplo 2. Probar que $n^3 - n$ es divisible por 6, para todo entero n

Solución:
Factorizamos la expresión

$$n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n-1)(n+1)$$

Entonces, observamos el producto de tres enteros consecutivos.

- Entre tres enteros consecutivos siempre hay al menos uno par, por lo que el producto es divisible por 2.
- Entre tres enteros consecutivos siempre hay exactamente un múltiplo de 3 (porque las clases módulo 3 se reparten cada 3 números), por lo que el producto es divisible por 3.

Si un entero es divisible por 2 y por 3, es divisible por $\text{mcm}(2, 3) = 6$.

Por tanto, $n^3 - n$ es divisible por 6 para todo $n \in \mathbb{Z}$, con lo que queda demostrado y resuelto el problema. Pero que significa la expresión: entre tres enteros consecutivos siempre hay exactamente un múltiplo de 3 (porque las clases módulo 3 se reparten cada 3 números). Cuando trabajamos módulo 3, lo que hacemos es agrupar todos los enteros según el residuo que dejan al dividirse entre 3.

Solo hay tres posibles residuos:

$$0, 1, 2$$

Cada conjunto de números que comparten el mismo residuo se llama clase de congruencia módulo 3:

$$\text{Clase 0: } \{\ldots, -6, -3, 0, 3, 6, 9, 12, \ldots\}$$
$$\text{Clase 1: } \{\ldots, -5, -2, 1, 4, 7, 10, 13, \ldots\}$$
$$\text{Clase 2: } \{\ldots, -4, -1, 2, 5, 8, 11, 14, \ldots\}$$

Estas tres clases cubren todos los números enteros, sin dejar ninguno fuera. A eso se refiere la frase "las clases módulo 3 se reparten cada 3 números"; significa que, si avanzas de 3 en 3, vuelves al mismo tipo de residuo al dividir entre 3, es decir, misma clase módulo 3.

Combinatoria

La combinatoria es una rama de las matemáticas que estudia las diferentes formas en que se pueden contar, ordenar o seleccionar elementos dentro de un conjunto bajo ciertas condiciones. Más allá de aplicar fórmulas, se trata de razonar de manera creativa para identificar todos los posibles casos sin omitir ni repetir ninguno. En las olimpiadas de matemáticas, los problemas de combinatoria ayudan a los estudiantes a organizar su pensamiento lógico, analizar diferentes posibilidades y descubrir patrones generales.

Ejemplo 1:
En una mesa hay tres frutas diferentes: una manzana, una pera y un plátano. ¿De cuántas formas distintas puede un niño elegir una o más frutas para comer?

Solución:
El niño puede elegir:
- Solo una fruta: manzana, pera o plátano (3 formas).
- Dos frutas: manzana-pera, manzana-plátano, pera-plátano (3 formas).
- O las tres frutas: manzana - pera - plátano (1 forma).

En total, hay 7 formas posibles de elegir, ya que hay $2^3 - 1 = 7$ combinaciones distintas de un conjunto de tres elementos.

Ejemplo 2:
En una clase hay 5 alumnos: Ana, Bruno, Carla, David y Elena. Se quiere formar un comité de 3 personas para organizar un evento, pero Ana y Bruno no pueden estar juntos en el mismo comité. ¿Cuántos comités distintos se pueden formar?

Solución paso a paso:
1. Número total de comités sin restricciones. Se eligen 3 personas de 5:

$$\binom{5}{3} = 10$$

2. Número de comités donde Ana y Bruno están juntos: Si Ana y Bruno están juntos, necesitamos elegir 1 más de los 3 alumnos restantes (Carla, David, Elena):

$$\binom{3}{1} = 3$$

3. Comités válidos (Ana y Bruno no juntos). Se resta el número de comités prohibidos al total:

$$10 - 3 = 7$$

Por tanto, hay 7 comités posibles que cumplen la condición.

Explicación didáctica
Este tipo de problema enseña a los estudiantes a:
- Aplicar principios de conteo (combinaciones)
- Analizar restricciones y casos especiales
- Razonar de manera sistemática, evitando olvidos o repeticiones

Es un ejemplo típico de olimpiada de nivel básico-intermedio que desarrolla habilidades de preálgebra y pensamiento lógico.

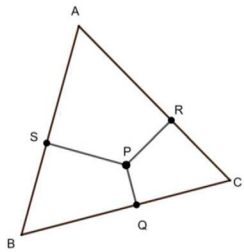
Geometría

La geometría es una rama de las matemáticas que estudia las propiedades, relaciones y medidas de las figuras en el plano y en el espacio. En los problemas de olimpiada, va mucho más allá de aplicar fórmulas; se trata de visualizar, razonar y establecer relaciones entre distintos elementos de una figura. Los problemas de geometría en las olimpiadas de matemáticas desarrollan la capacidad de deducir a partir de conjeturas, utilizando construcciones auxiliares y argumentaciones bien fundamentadas. Lo que permite a los AASM fortalecer el pensamiento espacial, lógico y analítico.

Ejemplo:
Desde un punto interior P de un triángulo equilátero trazamos perpendiculares a los lados, llamemos Q, R y S a los pies de las perpendiculares. Demuestra que la suma de las medidas de los segmentos $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$, y $\overline{PS}$ es siempre constante independientemente de la posición del punto P.

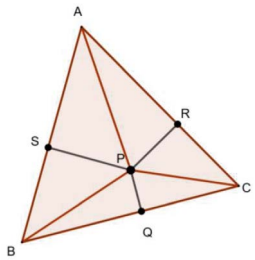
Demostración:
Sea ABC un triángulo equilátero (ver Figura 6), P el punto interior y Q, R, S los pies de las perpendiculares desde el punto P a los lados.

Figura 6. *Punto interior de un tríangulo equilátero*



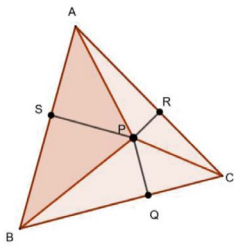
Realizamos trazos auxiliares (ver Figura 7), los segmentos $\overline{PA}$, $\overline{PB}$, y $\overline{PC}$ con lo cual tenemos los triángulos PAB, PBC y PCA.

Figura 7. *Trazos auxiliares al triángulo equilátero*



Sea L la medida del lado del triángulo equilátero ABC; entonces, el área del triángulo PAB (ver Figura 8) es igual al producto de la medida de la base (L), por la medida de la altura PS, que llamaremos H1, dividido entre 2.

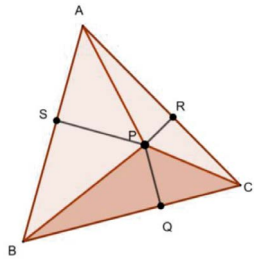
Figura 8. *Área PAB del triángulo*



$$\text{Área del triángulo PAB} = \frac{(L)(H1)}{2}$$

El área del triángulo PBC (ver Figura 9) es igual al producto de la medida de la base (L) por la medida de la altura PQ, que llamaremos H2, dividido entre 2.

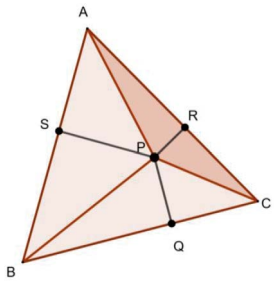
Figura 9. *Área del Triángulo PBC*



$$\text{Área del triángulo PBC} = \frac{(L)(H2)}{2}$$

El área del triángulo PCA (ver Figura 10) es igual al producto de la medida de la base (L) por la medida de la altura PR, que llamaremos H3, dividido entre 2.

Figura 10. *Área del Triángulo PCA*



$$\text{Área del triángulo PCA} = \frac{(L)(H3)}{2}$$

El área del triángulo ABC, es igual a la suma de las áreas de los tres triángulos que lo forman, entonces tenemos que:

$$\text{Área del triángulo ABC} = \frac{(L)(H1)}{2} + \frac{(L)(H2)}{2} + \frac{(L)(H3)}{2}$$

Factorizando tenemos que:

$$\text{Área del triángulo } ABC = \frac{(L)(H1+H2+H3)}{2}$$

Entonces, H1 + H2 + H3, es igual a la medida de la altura del triángulo ABC, pero H1, H2 y H3, son iguales a las medidas de los segmentos $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$, y $\overline{PS}$ respectivamente.

Por lo tanto, la suma de las medidas de los segmentos $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$, y $\overline{PS}$ es igual a la altura del triángulo ABC.

Entonces, independientemente de la posición de P, la suma de las medidas de los segmentos $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$, y $\overline{PS}$ es siempre una constante, porque es igual a la altura del triángulo equilátero ABC.

Con lo que queda demostrado.

Los testimonios de los profesores que trabajan con alumnos sobresalientes en matemáticas revelan una constante: la pasión por enseñar se renueva cuando encuentran en sus estudiantes el mismo asombro que los llevó a ellos mismos a amar a la matemática. Estos docentes coinciden en que el reto no está solo en ofrecer más contenido, sino en diseñar experiencias que despierten la curiosidad, el razonamiento y la creatividad.

Los ejemplos de problemas de teoría de números, combinatoria y geometría que se presentaron en este capítulo son muestra de cómo las matemáticas pueden convertirse en un espacio de exploración y descubrimiento, donde los AASM encuentran un terreno fértil para desarrollar su pensamiento lógico y su capacidad de abstracción.

Así, la enseñanza dirigida a este grupo de estudiantes no se limita a resolver ejercicios difíciles, sino que busca fomentar una forma de pensar profunda, flexible y orientada a la búsqueda de patrones y relaciones, lo cual mejora su razonamiento matemático. En el siguiente capítulo se presentan testimonios y problemas resueltos por AASM, lo cual nos permitirá apreciar la forma en que se desempeñan al enfrentarse a la resolución de problemas no rutinarios, sus estrategias y argumentaciones.

Capítulo 4

El pensamiento matemático en los alumnos sobresalientes de primaria

Las matemáticas son el alfabeto con el cual
Dios ha escrito el Universo.
Galileo Galilei

Este capítulo presenta, describe, analiza y discute las soluciones propuestas por estudiantes que participaron en la Olimpiada de Matemáticas. A través de una estructura organizada por grado escolar, se examinan las estrategias empleadas por los alumnos para resolver los problemas planteados de manera excelente en cada fase del certamen.

Con la finalidad de mostrar cómo, desde edades tempranas, algunos niños manifiestan una notable curiosidad y capacidad para el razonamiento lógico y la creatividad matemática. Sus relatos reflejan no solo el entusiasmo con que enfrentan los desafíos, sino también el proceso de pensamiento que los lleva a encontrar soluciones originales, disfrutando el camino del descubrimiento más allá del resultado.

El análisis inicia con las soluciones de los participantes de primer grado de primaria, continúa con las correspondientes a segundo, tercero, cuarto y quinto grado, y concluye con las propuestas elaboradas por los estudiantes de sexto grado.

Problemas olímpicos resueltos por AASM

El propósito del análisis es comprender el razonamiento y los procedimientos utilizados en cada propuesta, considerando tanto el nivel educativo del participante como la complejidad del problema. Cada solución se estudia en función del problema que aborda, manteniendo una secuencia lógica y accesible para el lector. Cabe destacar que un mismo problema puede resolverse de distintas maneras, lo que enriquece la interpretación de los resultados y evidencia la diversidad de pensamiento matemático entre los participantes.

Primer grado

En este apartado se presentan las soluciones propuestas por los estudiantes de primer grado de primaria. La Tabla 4.1 muestra el concentrado de aquellos que resolvieron de manera correcta, sin errores, uno o más de los ejercicios correspondientes al examen de la Olimpiada de Matemáticas. Cabe señalar que únicamente se incluyen en esta sección los ejercicios cuya resolución fue impecable.

Tabla 4.1. *Alumnos con respuestas excelentes para primer grado*

Problema	Al. 1	Al. 2	Al. 3	Al. 4	Al. 5	Al. 6	Al. 7	Al. 8
Problema 1							X	
Problema 2		X	X			X	X	X
Problema 3				X			X	
Problema 4		X						X
Problema 5	X	X			X		X	X

a) Problema 1

Un tortillero debe entregar sus tortillas en todas las casas de la colonia. Las casas están numeradas del 1 al 10. Si en las casas del 1 al 5 entrega 2 kilos de tortillas y en las casas del 6 al 10 entrega 3 kilos. ¿Cuántos kilos entregará en total?

Ante este problema, únicamente un estudiante logró resolverlo de manera correcta en su totalidad. A continuación, se detalla el procedimiento que implementó:

Vi la pregunta y vi que tenía que multiplicar y después sumar. El resultado es 25 kilos.
Datos: 1 al 5 → 2 kilos, 6 a 10
Operación: 5 x 2 = 10, 5 x 03 = 15, 10 + 15 = 25

b) Problema 2

Ana tiene una granja con 27 gallinas. El lunes compró 7 gallinas más y el martes se escaparon 5. ¿Cuántas gallinas tiene Ana ahora en su granja?

Para este ejercicio, cinco estudiantes presentaron una solución completamente correcta al problema; sin embargo, se seleccionaron las dos propuestas más destacadas por la claridad de su razonamiento y la originalidad de su procedimiento.

Solución del alumno 7:

Vi la pregunta y vi que tenía que sumar 7 gallinas y después restarle 5. El resultado era 29 gallinas.

27 + 7 = 34
34 − 5= 29

Solución del alumno 8:

Lo leí, después hice 7 menos 5, y el resultado se lo sumé a 27, por lo que el resultado final me dio 29 gallinas.

7 − 5 = 2
27 + 2 = 29

c) Problema 3

Ernesto armó con las piezas del tangram un pez (ver Figura 11); ayúdalo a encontrar lo siguiente:

- ¿Cuántas piezas utilizo en total?
- ¿Cuántos triángulos utilizo?

Observa las figuras que forman el pez y escribe el nombre de las figuras que tienen 4 lados.

Figura 11. *Tangram en forma de pez*

Dos estudiantes lograron resolver el problema de manera completamente correcta, con una precisión en sus procedimientos y solidez en su razonamiento matemático:

Solución del alumno 4:

- ¿Cuántas piezas utilizo en total? 7 piezas
- ¿Cuántos triángulos utilizó? 5 triángulos
- Nombre de las figuras que tienen 4 lados: Cuadrado, romboide

Solución del alumno 7:

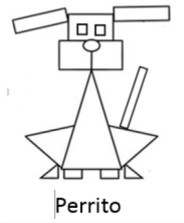
- ¿Cuántas piezas utilizo en total? Siete piezas
- ¿Cuántos triángulos utilizó? 5 triángulos
- Nombre de las figuras que tienen 4 lados: Cuadrado y paralelogramo

Los alumnos consideraron al rectángulo como caso particular de romboide y de paralelogramo.

d) Problema 4

Sofía dibujó un perrito utilizando varias figuras geométricas (ver Figura 12) y quedó de la siguiente forma:

Figura 12. *Perrito formado con figuras geométricas*



Solución del alumno 6:

- ¿Cuántos lados hay en las figuras que representan las dos orejas? 4 lados.
- ¿Cuántos vértices hay en la figura que representa la cola del perrito? 4 vértices.

Solución del alumno 7:

- ¿Cuántos lados hay en las figuras que representan las dos orejas? 4
- ¿Cuántos vértices hay en la figura que representa la cola del perrito? 4

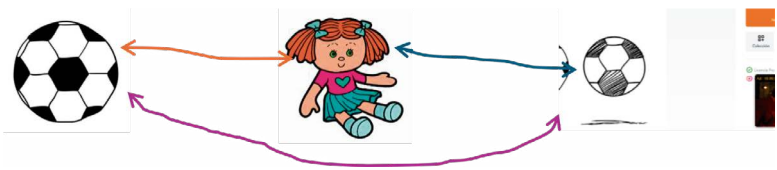
e) Problema 5

Mariana tiene una caja con 3 juguetes: pelota, muñeca, carrito (ver Figura 13). Si puedes elegir dos juguetes a la vez, ¿cuántas combinaciones diferentes podría hacer?

Figura 13. *Combinación de juguetes*

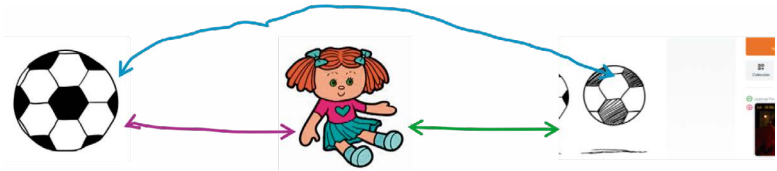
Solución del alumno 1:

3 combinaciones



Solución del alumno 2:

3 combinaciones: Carro con pelota, muñeca con carro, muñeca con pelota, pelota con muñeca



Segundo grado

Esta sección aborda las soluciones generadas por los estudiantes de segundo grado de primaria. La Tabla 4.2 concentra aquellos problemas resueltos satisfactoriamente por los estudiantes, sin errores, uno o más de los ejercicios correspondientes al examen de la Olimpiada de Matemáticas. En esta ocasión, dos problemas no fueron respondidos perfectamente, por lo que se omitirán en este análisis.

Tabla 4.2. *Alumnos con respuestas excelentes para segundo grado*

Problema	Prob. 1	Prob. 2	Prob. 3	Prob. 4	Prob. 5
Alumno 1		X			
Alumno 2		X			
Alumno 3		X			
Alumno 4					X
Alumno 5			X		X

a) Problema 2

En la tiendita de la escuela, para comprar una torta y un jugo, se necesitan 30 pesos. Saúl tiene tres monedas de 2 pesos y cuatro monedas de 5 pesos; Manuel tiene siete monedas de 1 peso y dos monedas de 10 pesos. Al niño que tiene menos dinero, ¿cuánto le falta para comprar la torta y el jugo?

I. El alumno 1 propuso:

A Saúl le faltan 4 pesos, porque 20 + 6 = 26, y para llegar a 30 faltan 4.
Manuel tiene 27 pesos, porque 20 + 7 es igual a 27.

II. El alumno 3 respondió:

Al que más le falta es a Saúl, tiene $ 26 pesos y le faltan $ 4 pesos, y Manuel tiene $ 27 pesos, y le faltan $ 3 pesos.

b) Problema 3

Carlos quiere decorar su lápiz favorito con 3 calcomanías (ver Figura 14), colocando una arriba cerca del borrador, otra en medio y la otra abajo cerca de la punta. ¿De cuántas maneras diferentes puede colocar Carlos las tres calcomanías en su lápiz?

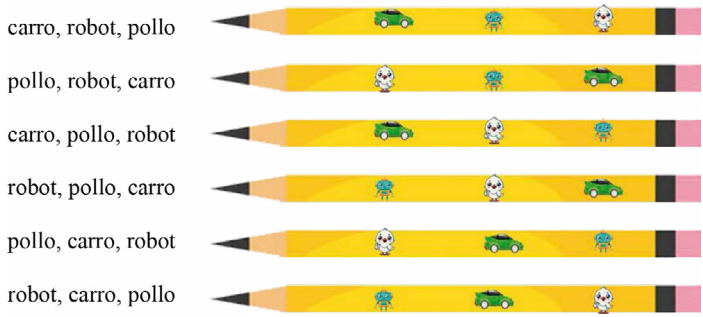
Figura 14. *Calcomanías*

El único alumno en responder sin errores el problema fue el Alumno 5. A continuación, se despliega su solución (ver Figura 15):

Primero leí el problema y me di cuenta de que tenía que dibujar para que me diera el resultado.

Después dibujé los lápices y las calcomanías, y me dio el resultado, que es 6 maneras.

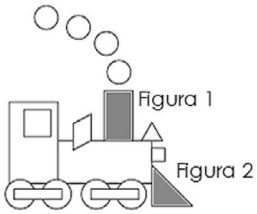
Figura 15. *Solución al ejercicio calcomanías*



c) Problema 5

La imagen representa un tren y está compuesta por diferentes figuras geométricas (ver Figura 7). Observa las figuras 1 y 2 que están sombreadas, escribe el nombre, número de lados y vértices de cada una.

Figura 16. *Tren formado por figuras geométricas*

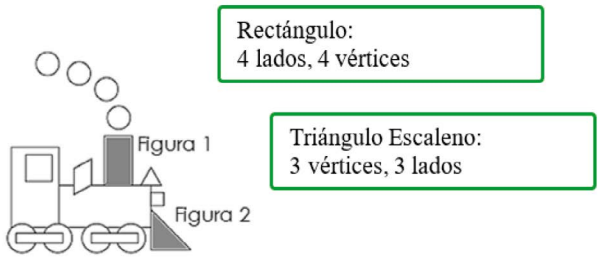


I. El alumno 5 respondió:

Primero leí el problema y observé las figuras 1 y 2. Después, chequé cuántos vértices y lados tiene cada figura. Por último, los vértices y lados de la figura 1 son 4 vértices y 4 lados, y de la figura 2 son 3 lados y 3 vértices.

II. La solución del alumno 4 es:

Figura 17. *Solución del alumno 4*



Tercer grado

Esta sección aborda las soluciones a los problemas planteados a los estudiantes de tercer grado de primaria. La Tabla 4.3 sintetiza qué problemas fueron resueltos por los estudiantes de manera perfecta y satisfactoria, uno o más de los ejercicios correspondientes al examen de la Olimpiada de Matemáticas. En esta ocasión, el problema 1 no fue resuelto correctamente por ninguno, por lo que es descartado para presentar su solución.

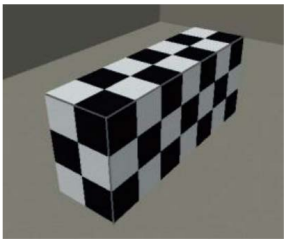
Tabla 4.3. *Alumnos con respuestas excelentes para tercer grado*

Problema	Al. 1	Al. 2	Al. 3	Al. 4	Al. 5	Al. 6	Al. 7	Al. 8	Al. 9
Problema 1			X	X					
Problema 2		X							
Problema 3	X					X	X	X	X
Problema 4					X				

a) Problema 1

Al jugar Iván con su videojuego, elaboró la siguiente construcción (ver Figura 18). ¿Cuántos cubos blancos utilizó?

Figura 18. *Construcción en el videojuego*



Solución del alumno 3:

Yo lo hice contando los cubos blancos, y como en la primera fila hay 7 cubos. Posteriormente, conté en la segunda fila y también había 7 cubos blancos. Por último, en la tercera fila hubo 7 cubos. Sume 7 + 7 + 7 = 21. La respuesta es: 21 cubos.

Solución del alumno 4:

Primero leí; luego me doy cuenta de que arriba eran 7 bloques blancos de arriba, 7 bloques del lado derecho y 7 bloques del lado izquierdo. Entonces, la operación que hice fue: 7 x 3 = 21. Por lo que la respuesta es 21 cubos.

b) Problema 2

En un concurso de geometría, crearon dibujos usando las figuras geométricas: triángulos, cuadriláteros, círculos y estrellas; los siguientes dibujos son del equipo ganador (ver Figura 19). ¿Cuál figura usaron más que los círculos, pero menos que los triángulos?

Figura 19. *Problema 3, tercer grado*

El único alumno en responder sin errores el problema fue el alumno 1, quien afirma que la respuesta a la pregunta: ¿cuál figura usaron más que los círculos, pero menos que los triángulos? Es la imagen que representa al payaso.

La primera imagen (payaso): está formada por 6 círculos, 8 cuadrados y 9 triángulos; la imagen de la casita cuenta con 8 círculos, 14 triángulos y 5 cuadrados; y la tercera imagen (cohete) tiene 2 círculos, 6 triángulos y 10 estrellas.

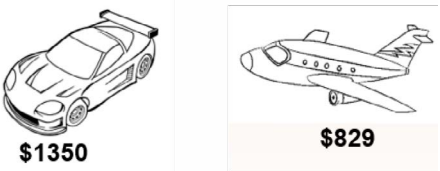
Los cuadriláteros son la figura que se usó más que los círculos y menos que los triángulos, porque en total hay 17 círculos, 22 cuadriláteros y 31 triángulos.

La respuesta es los cuadriláteros porque 22 es mayor que 17 y menor que 31.

c) Problema 3

Jorge quiere comprar el auto y Víctor el avión. Pero Jorge solo tiene ½ del costo del auto; Víctor le dice que le pondrá el resto además de comprar el avión. ¿Cuánto pagará cada uno? Observa las siguientes imágenes que integran la Figura 20:

Figura 20. *Auto y avión*



Solución del alumno 6:

Datos: ½ carro, 350 avión

1350 ÷ 2 = 675

829 + 672 = 1504

Primero supe que tenía que dividirlo, lo hice, y me resultó 675 (para comprobar la división, se lo sumé). Luego, lo sumé con 829, y fueron 1504, y ese resultado es el final.

Resultado: Jorge pagará $675, mientras que Víctor $1509.

Solución del alumno 8:

Primero dividí el costo del carro porque a Jorge no le alcanzaba, y me dio 675. Esa cantidad se la sumé al costo del avión que compró Víctor y me dio $1504, mientras que Jorge pagará $675. Resultado: Jorge paga $675 y Víctor $1509.

d) Problema 4

Juan, Pedro y Karla salen de la escuela a las 2:15 pm; 25 minutos después llegan a su casa, comen y se cambian. Una hora después de que llegan de la escuela, empiezan sus clases de ajedrez. La clase de Juan dura media hora, la de Pedro 40 minutos y la de Karla tres cuartos de hora. ¿Cuál de ellos termina su clase a la hora que marca el reloj (ver Figura 21)?

Figura 21. *Reloj*

La respuesta es Juan; para lograrlo, sumé todas las cantidades en minutos.
25 + 60 + 30 = 115

Cuarto grado

Esta sección aborda las soluciones a los problemas planteados a los estudiantes de cuarto grado de primaria. La Tabla 4.4 sintetiza qué problemas fueron resueltos por los estudiantes de manera perfecta y satisfactoria, uno o más de los ejercicios correspondientes al examen de la Olimpiada de Matemáticas.

Tabla 4.4. *Alumnos con respuestas excelentes para cuarto grado*

Problema	Al. 1	Al. 2	Al. 3	Al. 4	Al. 5	Al. 6	Al. 7	Al. 8	Al. 9	Al. 10
Problema 1	X						X	X		X
Problema 2	X			X					X	
Problema 3				X						
Problema 4							X		X	
Problema 5	X	X	X			X	X			

a) Problema 1

En la Tabla 4.5 se muestran las medidas promedio que pueden tener los niños y las niñas a partir de cuatro años de edad hasta los ocho años. Miguel es un niño de 7 años con una estatura de 115.37 cm. ¿Cuál es la diferencia entre la estatura de Miguel con respecto a la estatura promedio?

Tabla 4.5. *Estaturas promedio de niñas y niños por edades*

Edad	Niñas	Niños
4 años	99.14 cm	100.13 cm
5 años	105.95 cm	106.40 cm
6 años	112.12 cm	112.77 cm
7 años	117.27 cm	118.50 cm
8 años	122.62 cm	122.86 cm

En este problema, 4 estudiantes lo respondieron libre de errores. A continuación, se presentan dos de estas soluciones:

I. Solución del alumno 1:

Miguel mide 115.37 cm; los niños de su edad (7 años) en promedio deben medir 118.5 cm. Procedimiento: 118.50 cm – 115.37 cm = 3.13 cm. Por lo tanto, la respuesta es: 3.13 cm.

II. Solución del alumno 8:

Miguel tiene 7 años, mide 115.37 cm.

Tabla Promedio niños de 7 años: 118.5 cm

Primero, al número que está en la tabla (promedio) de los niños de 7 años, que es 118.50 cm, le resté 115.37 cm que mide Miguel, lo que me dio como resultado 3.13 cm; por lo tanto, la diferencia es 3.13 cm.

b) Problema 2

Francisco va a ir a la fiesta de cumpleaños de su amigo Carlos. Su mamá le dio una cantidad de dinero para que le comprara un regalo al cumpleañero. Después de comprar el regalo, Francisco le regresó a su mamá 144 pesos que le sobraron y le dijo que solo había gastado 3/5 del dinero. ¿Cuál fue la cantidad de dinero que le dio la mamá para comprar el regalo?

I. Solución del alumno 1:

Datos

- 2/5 = 144 pesos, 3/5 = 216 pesos, 1/5 = 72 pesos.
- Gastó: 216 pesos.

Procedimiento.

- 144 ÷ 2 = 72 → 72 x 3 = 216 72 x 5 = 360

La respuesta es: Su mamá le dio 360 pesos.

II. Solución del alumno 4:

Francisco le regresó a su mamá 144 pesos que le sobraron, y le dijo que solo había gastado 3/5 partes del dinero.
Operación:

- 144÷ 2 = 72 72 x 5 = 360

Comprobando operaciones:

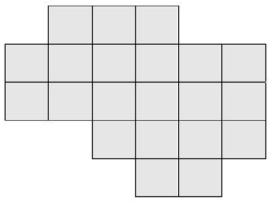
- 360 ÷ 5 = 72 72 x 3 = 216 360 – 216 = 144

Como dijo que solo había gastado 3/5 partes del dinero y le sobraron 144 pesos, los dividí entre 2 para saber cuánto era 1/5 del dinero; después lo multipliqué por 5 para saber cuánto le había dado su mamá En total me dio 360. Por lo que concluyo que su mamá le dio un total de 360 pesos.

c) Problema 3

Sandra construyó la siguiente figura con cuadrados (Figura 22). Su maestra le solicitó calcular el perímetro y el área de la figura. Si el perímetro le da como resultado 66 cm, ¿cuál será el área de la figura?

Figura 22. *Figura con cuadrados*



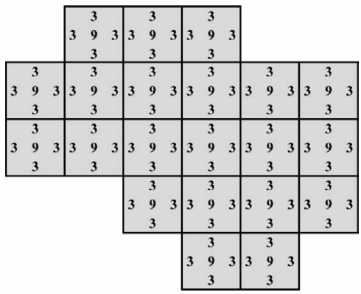
Únicamente el alumno 4 tuvo una respuesta libre de errores, la cual se describe a continuación:

El perímetro es 66. ¿Cuál será el área de la figura (ver Figura 23)?

Primero leí el problema e identifiqué los datos. Posteriormente, me di cuenta de que la figura eran cuadrados, y que cada lado medía 3. Cada cuadrado era 9 y lo multipliqué por 21, porque eran 21 cuadrados, y me dio un resultado de 189.

22 x 3 = 66 3 x 3 = 9 21 x 9 = 189

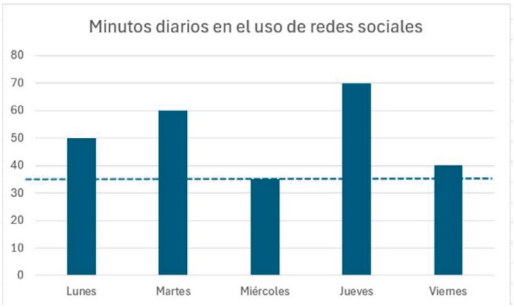
Figura 23. *Respuesta a figura con cuadrados del problema 3 de Cuarto grado*



d) Problema 4

Jesús está regulando el tiempo diario que interactúa en redes sociales mediante una aplicación en su celular. En la gráfica (ver Figura 24) se muestran los tiempos que ha realizado de lunes a viernes. Si Jesús quiere destinar 5 horas al uso de redes sociales por semana, ¿cuánto tiempo le queda para navegar el fin de semana?

Figura 24. *Uso diario de redes sociales*



En este problema, 2 estudiantes brindaron una solución perfecta. A continuación, se presentan dos de estas soluciones:

I. Solución del alumno 7:

Datos: 5 horas a la semana de redes sociales, 1 hora = 60 minutos
Operación. 60 x 5 = 300

L		M		M		J		V		Total
50	+	60	+	35	+	70	+	40	=	255

300 – 255 = 45

En total, va a haber 45 minutos de uso de redes sociales en el fin de semana.

II. Solución del alumno 9:

Datos: 5 horas durante una semana.
Operaciones:

70 + 60 + 50 + 40 + 35 = 255 1 hora = 60 minutos, 4 horas = 240 minutos

240 + 15 = 255 300 – 255 = 45

En total, va a haber 45 minutos para navegar en redes sociales durante el fin de semana.

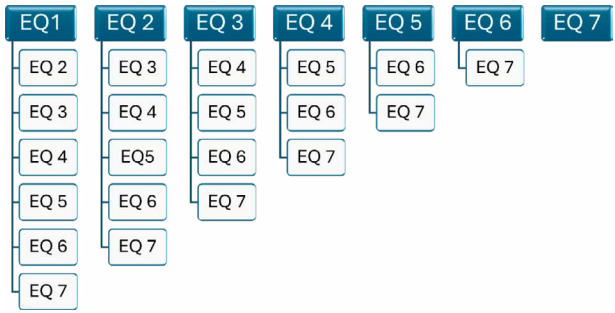
e) Problema 5

En el torneo de voleibol del parque se inscribieron 7 equipos. En la primera etapa, todos los equipos deben jugar contra todos. ¿Cuántos juegos habrá en la primera etapa?

I. Solución del alumno 3:

Se inscribieron 7 equipos y todos van contra todos, ¿cuántos juegos habrá en la primera ronda? Primero leí el problema e identifiqué los datos. Posteriormente, hice una combinatoria, la hice, conté todos los partidos y me dio como resultado 21 partidos (ver Figura 25).

Figura 25. *Posibles partidos en la primera ronda*

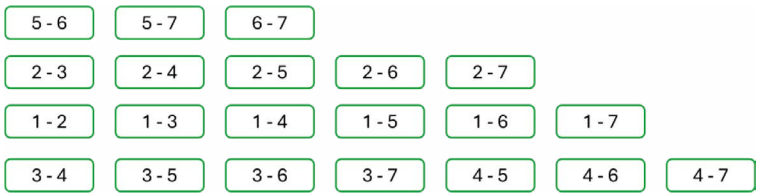


II. Solución del alumno 6:

Comencé a juntar todos los equipos y, al ir armando equipo con equipo, me dieron 21 combinaciones (ver Figura 26).

Respuesta: 21 juegos

Figura 26. *Combinación de Partidos para la primera ronda*



Quinto grado

Esta sección aborda las soluciones a los problemas planteados a los estudiantes de quinto grado de primaria. La Tabla 4.6 concentra cuáles problemas fueron resueltos por los estudiantes de manera perfecta y satisfactoria, uno o más de los ejercicios correspondientes al examen de la Olimpiada de Matemáticas. En esta ocasión, el problema 1 no fue resuelto correctamente por ninguno, por lo que es descartado para presentar su solución.

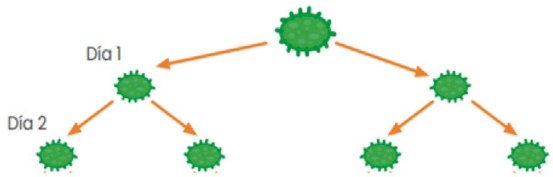
Tabla 4.6. *Alumnos con respuestas excelentes para quinto grado*

Problema	Al. 1	Al. 2	Al. 3	Al. 4	Al. 5	Al. 6	Al. 7	Al. 8	Al. 9	Al. 10	Al. 11	Al. 12
Problema 1	X			X	X	X		X	X	X		X
Problema 2		X	X							X	X	
Problema 3		X	X							X		
Problema 4		X										
Problema 5							X	X				X

a) Problema 1

En un laboratorio, cierta bacteria se reproduce cada 24 horas dividiéndose en dos; al término del primer día habría dos, como se muestra en la Figura 27. Si se deja que continúe con el mismo proceso, ¿a cuántos días habrá más de 100 bacterias y menos de 150?

Figura 27. *Bacterias de laboratorio*



Para este problema, 8 estudiantes ofrecieron una solución perfecta. A continuación, solo se abordarán dos de ellas:

I. Solución del alumno 4:

El problema quiere resolver a cuántos días habrá más de 100 bacterias, pero menos que 150 bacterias. Como datos, tenemos que las bacterias que se reproducen dividiéndose en dos, se deja que continúe el proceso.

1 x 2 = 2 día 1, hay 2 bacterias
2 x 2 = 4 día 2, hay 4 bacterias
4 x 2 = 8 día 3, hay 8 bacterias
8 x 2 = 16 día 4, hay 16 bacterias
16 x 2 = 32 día 5, hay 32 bacterias
32 x 2 = 64 día 6, hay 64 bacterias
64 x 2 = 128 día 7, hay 128 bacterias

Me di cuenta de que quiere el problema. Después, ubique los datos. Multipliqué 1 x 2 = 2; como no pasa de 100, está mal. Posteriormente, multipliqué 2 x 2 = 4; como no pasa de 100, está mal. Continué con 4 x 2 = 8; como no pasa de 100, está mal. Seguí con 8 x 2 = 16, mismo caso. Procedí con 16 x 2 = 32, misma situación; entonces apliqué 32 x 2 = 64. Como no llega a 100, multipliqué 64 x 2 = 128; como aquí pasa de 100, este es el resultado. Por lo que el resultado es a los 7 días.

II. Solución del alumno 5:

Datos: Cada 24 horas se reproduce (se duplica).

Hice una tabla (ver Tabla 4.7) donde mencionaba el día en que estaba la operación para saber la cantidad de bacterias que había ese mismo día y se realizaba al multiplicar el resultado de la operación por dos, porque la bacteria se dividió en dos. Teniendo en cuenta que me preguntan en qué día la bacteria se dividirá en más de 100 pero menos de 150, pude saber que la respuesta es el día 7.

Tabla 4.7. *Tabla de mutación de bacterias*

Dia	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Operación	1 x 2	2 x 2	4 x 2	8 x 2	16 x 2	32 x 2	64 x 2
Total	2	4	8	16	32	64	128

b) Problema 2

En la carnicería venden carne de puerco a $ 120.00 el kilo. El dueño va registrando la venta del día para llevar un control; hoy solo registró: 3/4 Kg, 1 ¼ Kg y 2.5 Kg, y al hacer cuentas tenía $ 690.00 de esa venta. ¿Cuál es la cantidad en kilogramos de la carne no registrada?

I. Solución del alumno 7:

Operaciones:

1 + 1 + 2.5 = 4.5 120 x 4.5 = 540

690 – 540 = 150 150 – 120 = 30

Primero que nada, sumé 3/4 (la carne que registró) más 1/4 (la carne que registró); el resultado fue 1 entero. Realicé una suma de 1 (el entero) más 1 entero más 2.5 (la carne que registró); el resultado me dio 4.5 kg. Realicé una multiplicación de 4.5 kg por 120 (el precio por kilo); el resultado fue 540. Posteriormente, realicé una resta: a 690 (lo que vendió) le resté 540 (lo que vendió menos la carne registrada); el resultado es de 150. Después, realice una resta de 150 (en dinero) menos 120 que cuesta el kilo de carne, y el resultado de la operación es de 30. Realicé un cálculo mental, que me dio como producto final que no registró 1 ¼ de carne.

II. Solución del alumno 10:

Datos:

- $120 kg de carne
- Solo registró 3/4, 1 1/4 y 2.5 kg
- Al hacer cuentas, tenía $690 de la venta

Operaciones:

¾ + ¼ = 4/4 = 1 690 ÷120 = 5.75

2.5 + 1.0 + 1.0 = 4.5 5.75 – 4.50 = 1.25

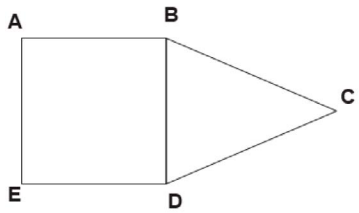
Procedimiento:

- Primero sumé 3/4 kg + 1/4 kg porque esas fueron unas de las ventas. Después, dividí $690, que fue el resultado que obtuvo el carnicero. Al hacer cuentas de lo que había vendido entre 120, que cuesta cada kilogramo de carne, me dio como resultado 5.75. Luego sumé 2.5 kg más de carne, más 1 kg + 1 kg de carne que vendió, obteniendo 4.5 kg de carne que anotó. Por último, le resté a 5.75 kg 4.5 kg y obtuve como resultado que no registró 1.25 kg de carne.

c) Problema 3

La Figura 28 representa el área de juegos de una escuela; está formada por un cuadrado y un triángulo isósceles (BC = DC). El perímetro de la figura es 96 m. La suma de las longitudes de BC y CD es igual a la mitad del perímetro de toda la figura. ¿Cuánto mide el área del cuadrado?

Figura 28. Área de Juegos de una escuela



I. Solución del alumno 2:

Datos:

- Triángulo isósceles (BC = CD)
- Perímetro = 96 m
- La suma de BC y DC es la mitad del perímetro total.
- Área del cuadrado ¿?
- Los lados del isósceles miden 24 m, el perímetro mide 96 m; ya tengo 48 m, me faltan 48 y 3 lados del cuadrado; es parte del perímetro y cada lado mide 16.

16 x 16 = 256
48 ÷ 3 = 16
A = L x L = 16 x 16
A = 256 m^2

II. Solución del alumno 10:

Datos: el perímetro es de 96 metros; al sumar las longitudes BC y CD, es igual a la mitad del perímetro de toda la figura.
Operaciones:

96 ÷ 2 = 48
48 ÷ 3 = 16
16 x 16 = 256

Procedimiento: Primero dividí 96, que es el perímetro de la figura, entre 2, ya que la mitad del perímetro de la figura es el perímetro del triángulo, y su resultado es 48. Después lo dividí entre 3 para saber la medida de uno de los lados del cuadrado, dando como resultado que cada lado mide 16. Por último, para saber el área del cuadrado, multipliqué 16 por 16, y obtuve como resultado que el cuadrado tiene un área de 256 m^2.

d) Problema 4

Un ciclista entrena de lunes a viernes; su rutina consiste en dar diariamente 15 vueltas a una pista circular de 85 m de diámetro. ¿Qué distancia en kilómetros recorrió en su periodo de entrenamiento?

La única solución libre de errores se presenta a continuación:

15 vueltas de lunes a viernes, recorriendo una pista circular con diámetro de 85 metros. ¿Distancia a recorrer? Voy a sacar el perímetro de la pista por las 15 vueltas los 5 días.

A = π x D
A = 3.1416 x 85
A = 267.036 m por una vuelta
260.0360 x 15 = 4005.54 m recorridos en un día.
4005.54 x 5 = 20027.70 m recorridos en 5 días → 20.027 km

c) Problema 5

Enrique, Marta, Carlos y Leonardo fueron al cine y compraron boletos en asientos consecutivos. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar?

I. Solución del alumno 12:

Operaciones:

E	M	C	L
1	2	3	4

4! = 4 x 3 x 2 x 1

Leí el problema, identifiqué los datos y, como supe que estoy trabajando con todas las personas, utilicé una técnica que me enseñaron de factorial, o sea, 4! es igual a 4 x 3 x 2 x 1. Me dio como resultado que salieron 24 posibles formas de sentarse.

II. Solución del alumno 8:

4 personas: (E) Enrique, (M) Martha, (C) Carlos, (L) Leonardo y asientos consecutivos.

Primero le puse a cada persona una letra que lo iba a representar (la primera letra del nombre). Después identifiqué que, si las ponen al revés, es igual: 6 posibles formas en cada nombre. Entonces hice una tabla (ver Tabla 4.8) de las posibles combinaciones, que me dio como resultado 24 formas de sentarse de manera consecutiva.

Tabla 4.8. *Posibles combinaciones de asientos*

(1) E M C L	(7) M C L E	(13) C L E M	(19) L M C E
(2) E M L C	(8) M C E L	(14) C L M E	(20) L C E M
(3) E C M L	(9) M L C E	(15) C M L E	(21) L E C M
(4) E C L M	(10) M L E C	(16) C M E L	(22) L E M C
(5) E L C M	(11) M E C L	(17) C E M L	(23) L M E C
(6) E L M C	(12) M E L C	(18) C E L M	(24) L M C M

Sexto grado

Esta sección aborda las soluciones a los problemas planteados a los estudiantes de sexto grado de primaria. La Tabla 4.9 sintetiza qué problemas fueron resueltos por los estudiantes de manera perfecta y satisfactoria.

Tabla 4.9. *Alumnos con respuestas excelentes para sexto grado*

Problema	Al. 1	Al. 2	Al. 3	Al. 4	Al. 5	Al. 6	Al. 7	Al. 8	Al. 9	Al. 10
Problema 1				X						X
Problema 2				X	X	X		X		X
Problema 3				X			X			X
Problema 4				X		X			X	
Problema 5	X	X	X	X					X	X

a) Problema 1

Se quiere formar un cubo utilizando bloques con las medidas que se muestran en la Figura 29. ¿Cuál es la menor cantidad de bloques necesarios para formar el cubo?

Figura 29. *Medidas del bloque*

I. Solución del alumno 4:

Los bloques tienen 15 cm de ancho, 5 cm de profundidad y 2 cm de altitud, y se quiere formar un cubo. Los cubos tienen todos sus lados iguales. Usamos mínimo común múltiplo (ver Tabla 4.10) para saber cuál es el mínimo de bloques que necesitamos para un cubo:

Tabla 4.10. *Medidas de los bloques*

Altura	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
Ancho	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225
Profundidad	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75

El mínimo común múltiplo es 30, entonces el cubo que usamos tiene 30 cm de alto, 30 cm de ancho y 30 cm de profundidad. El volumen del cubo que vamos a formar es de 30 x 30 x 30, un total de 27,000 cm^3, y el volumen del bloque es 15 x 2 x 5, que en total da 150 cm^3. Cuántas veces cabe el 150 en el 27000; para ello, hacemos la división de 27000 ÷ 150, dando un resultado de 180 bloques.

II. Solución del alumno 10:

Datos: 6 x 5 = 30 15 x 2 = 30 30 x 6 = 180

Para poder armar un cubo, se necesita que todas sus medidas midan lo mismo; entonces busqué los múltiplos de los números 2, 5 y 15, que dieran de resultado lo mismo, y me dio que, para que se pueda armar el cubo, sus lados tienen que medir 30 cm. Para la altura se necesitan 15 bloques, la base ocupa 2 t y los lados ocupan 5; entonces los multipliqué: 15 x 2 x 5, porque necesito sacar el volumen, que sería igual a la cantidad de bloques que necesito para formar el cubo. Me dio como resultado que se ocupan 180 bloques para poder formarse el cubo.

b) Problema 2

En las Olimpiadas escolares, Lorena está participando en una carrera de atletismo. Si inició a las 7:00 a.m. y a las 8:45 a.m. había realizado 3/5 del total del recorrido, ¿a qué hora terminará Lorena la carrera si mantiene el mismo ritmo de su velocidad?

I. Solución del alumno 10:

Datos:

60 + 45 = 105 9:20 am = 4/5
105 ÷ 3 = 35 9:55 am = 5/5
20 + 35 = 55
35 + 45 = 80
80 – 60 = 20

Lo primero que hice fue sacar cuántos minutos tardó Lorena en completar 3/5 de la carrera y me dio como resultado 105; esto lo dividí entre 3 porque ocupo saber cuántos minutos abarca 1/5 y 105 abarca 3 y da 35. Después, esos 35 los sumé a la hora 8:45 am, y me dio que 4/5 equivale a las 9:20 am, y 5/5 equivale a las 9:55 am. Por lo tanto, a las 9:55 am es la hora en la que termina Lorena de completar su carrera.

II. Solución del alumno 6:

Lorena participa en una carrera de olimpiadas escolares de atletismo. Inició a las 7:00 am y a las 8:45 am ya había realizado 3/5 del total de la carrera.
Datos:

105 /3 = 35	35 x 5 = 175		
7:00 am	0/5	8:45 am	3/5
7:35 am	1/5	9:20 am	4/5
8:10 am	2/5	9:55 am	5/5

Primero empecé sacando la diferencia de minutos entre las 7:00 am (hora que inició) y las 8:45 am (que ya había recorrido 3/5 partes); son 105 minutos, así que después, me puse a sacar cuántos minutos corría en 1/5 del total; lo hice dividiendo 105 ÷ 3, y me dio que 1/5 equivale a 35 minutos. Entonces me puse a generar una sucesión de cada 35 minutos, aumentándole 1/5, empezando desde las 7:00 am, a las 7:35 am con 1/5; luego a las 8:10 am lleva 2/5 de la carrera. Después, se le suman 35 minutos, a las 8:45 am, recorriendo 3/5 de la carrera. Como dice el problema, luego sume 35 minutos a las 9:20 am al recorrer 4/5 de la carrera. Por último, al sumar otros 35 minutos, a las 9:55 am se completó la carrera, tardándose un total de 175 minutos.

c) Problema 3

En una biblioteca, los niños y niñas de una escuela participaron en la creación de un libro de cuentos que será publicado. Para numerar todas las páginas del libro, se necesitaron un total de 627 dígitos. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

I. Solución del alumno 4:

Para enumerar las páginas de un libro se necesitan 627 dígitos.
Dígitos usados en páginas del 1 al 9 = 9 dígitos (1 dígito cada una).
Dígitos usados en páginas del 10 al 99 = 180 dígitos (2 dígitos cada una, son 90 dígitos)
90 + 9 = 99 180+ 9 = 189
Ya van 189 dígitos y 99 páginas.
A 627 le quitamos 189 que ya usamos, nos restan 438.
Dividimos 438 entre 3, porque las páginas que quedan son de 3 dígitos
438 ÷ 3 = 146
Ahora, sumamos 146 + 99 y nos da 245.
Resultado: 245 páginas

II. Solución del alumno 6:

El libro tiene 245 páginas en total, que se pueden formar con 627 dígitos empezando desde la página 1.

Lo primero que hice fue hacer una cuenta para poder contar los dígitos que abarca cada número, iniciando del 1 al 4. Después me di cuenta de que del 10 al 19 hay 2 números y del 20 al 29 hay otros 20, entonces seguí con ese patrón hasta llegar al 99, porque el 100 tiene 3 dígitos. Entonces ahora va a ir de 30 en 30, porque del 100 al 109 hay 30 dígitos.

Seguí hasta llegar al 600, porque si seguía me pasaría de los dígitos máximos; al 600 le sumé 9 del principio y seguí contando de 3 en 3 hasta llegar al 245, que es el número donde se me acaban los dígitos. La respuesta sería: el total de páginas son 245.

d) Problema 4

Roberto construye un cubo de madera de 10 cm de arista y lo pinta por completo. Luego, decide cortar el mismo cubo en cubos más pequeños de 1 cm de arista. ¿Cuántos cubos pequeños tienen exactamente dos caras pintadas?

I. Solución del alumno 6:

Si por cada cara hay 32 que tienen 2 caras pintadas y hay 6 caras en un cubo.

32 x 6 = 192 8 x 6 = 48

Primero empecé dibujando una cara del cubo con cubos de 1 cm de arista y como el cubo original tiene 10 cm de arista, entonces, en cada cara hay 100 cubos pequeños y a simple vista 32 tienen dos caras pintadas, pero, como en los cubos de las esquinas están en 2 caras al mismo tiempo, se repiten algunas, así que esos cubos ya no se cuentan porque es como si se repitieran, 16 de esos 32 cubos pequeños se repiten en otra cara, así que a cada cubo que esté hacia el lado se le quitan 8 y al último, no se le cuentan 16 porque en la primer cara ya se usaron otros 8 de esa última cara entonces en la primera hay 32, en la segunda 24m en la tercera también hay 24 y en la ultima 16., que son los de arriba y abajo. Y las últimas caras que están arriba y abajo no las conté porque ya se usaron los cubos con las caras arriba o abajo. Entonces, sumando los cubos, me da que hay 96 cubos pintados de 2 caras sin repetir los cubos en las caras.

II. Solución del alumno 6:

Se pintó un cubo con 10 cm de arista, y se cortó en cubos de 1 cm de arista. Los cubos remarcados son los que tendrán dos caras pintadas porque están en la arista. Un cubo tiene 12 aristas, y en cada arista hay 8 cubos de 1 cm de arista con 2 caras pintadas. 12 x 8 = 96.

Resultados: 96 cubos.

e) Problema 5

Hay cuatro bolsas, la primera con canicas amarillas, la segunda con canicas rojas, la tercera con canicas verdes y la cuarta con canicas negras. En la primera ronda Ulises saca 1 canica de la primera bolsa, 2 canicas de la segunda, 3 de la tercera y 4 de la cuarta.

En la segunda ronda, saca 5 canicas de la primera bolsa, 6 de la segunda y así sucesivamente hasta la sexta ronda. Al finalizar la última ronda, en la primera bolsa queda 1 canica amarilla, en la segunda 2 rojas, en la tercera 3 verdes y en la cuarta 4 negras. ¿Cuántas canicas había inicialmente en cada bolsa?

I. Solución del alumno 1:

Datos: Saca 1 canica de la primera bolsa, 2 canicas de la segunda bolsa, 3 canicas de la tercera bolsa, 4 canicas de la cuarta bolsa, 5 de la primera bolsa, 6 de la segunda y así sucesivamente (ver Tabla 4.11).

Tabla 4.11. *Canicas por bolsa*

Bolsa 1	Bolsa 2	Bolsa 3	Bolsa 4
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
1	2	3	4
67	74	81	88

Primero entendí lo que dice el problema, luego anoté los datos, después, para saber cuántas canicas había en cada bolsa, a cada bolsa le sumé las canicas que se le lanzaron más las que le sobraron. En total fueron: bolsa 1 con 67 canicas, la bolsa 2 contiene 74 canicas. La bolsa 3 tiene 81 canicas y por último la bolsa 4 con 88.

II. Solución del alumno 2:

Como en la primera ronda sacó una canica en una bolsa, 2 canicas en otra bolsa, 3 en otra y 4 en la siguiente, y vuelve a iniciar sacando en la primera bolsa, así sucesivamente hasta la sexta ronda. Luego sumé los resultados (ver Tabla 4.12) de las canicas que saca de cada bolsa en cada

ronda y le sumé lo que dice el problema que quedaría una vez terminadas las seis rondas.

En la primera bolsa habrá inicialmente 67 canicas, en la segunda bolsa habrá 74 canicas, en la tercera bolsa habrá 81 y en la cuarta bolsa 88, y esos son los resultados.

Tabla 4.12. *Tabla de bolsas con canicas*

Ronda	Bolsa 1	Bolsa 2	Bolsa 3	Bolsa 4
1	1	2	3	4
2	5	6	7	8
3	9	10	11	12
4	13	14	15	16
5	17	18	19	20
6	21	22	23	24
Totales	67	74	81	88

Testimonios de AASM del nivel primaria

A continuación, se presentan los testimonios de AASM participantes en la Olimpiada de Matemáticas, los cuales permiten conocer, desde su propia voz, las experiencias, percepciones y formas de pensar que acompañan su desempeño en este tipo de competencias. Estas narraciones ofrecen una mirada cercana a sus procesos de razonamiento, estrategias de resolución de problemas, motivaciones y actitudes frente al reto matemático, brindando elementos valiosos para comprender cómo construyen su pensamiento matemático y cómo afrontan los desafíos que implica participar en un contexto de alta exigencia intelectual.

Testimonio 1

Una de las estrategias que más me han ayudado en la olimpiada de matemáticas es describir muy bien la narrativa del problema antes de empezar a resolverlo. Cuando me topo con un ejercicio que no puedo resolver de inmediato, lo dejo al final y sigo con los demás. Si descubro que cometí un error en mi razonamiento, lo corrijo, vuelvo a leer todo y

lo hago de nuevo para asegurarme de que quede bien. Sé que mi solución es correcta porque uso la lógica y, a veces, compruebo mis resultados. Los problemas que más disfruto son los de área, porque me parecen fáciles y entretenidos. Participo en las olimpiadas porque me gustan mucho las matemáticas y me motiva haber ganado premios en algo que realmente disfruto.

Testimonio 2

Una estrategia que siempre me ha ayudado a tener éxito en la olimpiada es comprobar dos o más veces que mi respuesta esté bien. Cuando me encuentro con un problema que no sé resolver de inmediato, paso al siguiente y, cuando ya tengo una idea de cómo hacerlo, regreso para intentarlo de nuevo. Si me doy cuenta de que cometí un error en mi razonamiento, marco lo que está mal sin borrarlo y continúo por otro camino. Sé que mi solución es correcta porque la compruebo de diferentes maneras. Los problemas que más disfruto son los de geometría, porque se me hacen los más divertidos y fáciles. Lo que más me motiva a participar en las olimpiadas es poder conocer personas nuevas y viajar.

Testimonio 3

Las estrategias que más me han ayudado en la olimpiada de matemáticas son comprender bien cada problema, razonar con calma y usar la lógica. Cuando me encuentro con un ejercicio que no puedo resolver de inmediato, lo dejo al final y, después de resolver los demás, regreso para intentarlo con más tranquilidad. Si descubro que cometí un error en mi razonamiento, elimino todos los procedimientos que hice después de ese punto, lo corrijo y luego repito los pasos que había quitado, pero ahora de forma correcta. Para saber si mi solución es correcta, reviso cada procedimiento y uso varios métodos para llegar al resultado; si todos coinciden, entonces sé que es correcto. No tengo un tipo de problema favorito, sino que disfruto cualquiera que se me haga difícil porque me da satisfacción resolver algo que me reta. Participo en las olimpiadas porque para mí es divertido, casi como si fuera un juego, aunque también me motivan los premios y los reconocimientos.

Con base en los problemas resueltos y los testimonios de algunos estudiantes olímpicos de primaria, podemos indicar los siguientes comportamientos generales en la resolución de problemas olímpicos.

Comportamientos, habilidades y actitudes comunes de AASM al resolver problemas olímpicos.

Durante la resolución de un problema

- Leen con atención la narrativa del problema y procuran comprenderla a fondo antes de iniciar cálculos.
- Verifican sus respuestas varias veces para asegurarse de que no haya errores.
- Si no saben resolver un problema de inmediato, lo dejan temporalmente y continúan con otros, para regresar después con ideas frescas.
- Identifican y marcan sus errores sin borrarlos, lo que les permite entender qué salió mal y ajustar su estrategia.
- Revisan su procedimiento completo cuando detectan fallas, releyendo o rehaciendo la solución.
- Utilizan la lógica como herramienta central para validar sus resultados.
- Comprueban sus respuestas por distintas vías o métodos cuando es posible.
- Prefieren organizar su pensamiento paso a paso y mantienen orden en su trabajo escrito.

Habilidades matemáticas

- Razonamiento lógico fuerte: Capacidad de deducir, comparar casos y reconocer patrones.
- Comprensión espacial: Especialmente notable en quienes disfrutan problemas de área y geometría.
- Persistencia cognitiva: Mantienen el esfuerzo incluso cuando el problema es desafiante.
- Flexibilidad mental: Pueden cambiar de estrategia cuando notan que la anterior no funciona.

- Autocorrección: Detectan errores por sí mismos y los usan para mejorar.
- Creatividad: Encuentran maneras no convencionales de abordar un problema.
- Capacidad de abstracción temprana: Logran identificar la estructura matemática detrás de un enunciado.
- Habilidad para descomponer problemas: Dividen un problema grande en partes manejables.

Actitudes

- Gusto genuino por las matemáticas: Disfrutan resolver problemas, incluso complejos.
- Curiosidad: Sienten interés por explorar nuevas formas de solución y entender por qué algo funciona.
- Confianza en sus capacidades: Creen en su habilidad para encontrar soluciones, aunque tarden.
- Actitud positiva ante el error; lo ven como parte del camino para mejorar.
- Motivación intrínseca, disfrutan aprender y descubrir cosas nuevas.
- También pueden tener motivación extrínseca, como premios, medallas o reconocimientos.
- Apertura al aprendizaje: Aceptan sus errores como parte del proceso.
- Competitividad sana: disfrutan participar y compararse con otros para mejorar.
- Disfrute social: Valoran conocer a otros niños con intereses similares y compartir experiencias.

Comportamientos emocionales observables

- Serenidad ante la presión del tiempo o la competencia.
- Capacidad para concentrarse durante períodos prolongados.
- Manejo positivo de la frustración al enfrentar problemas difíciles.

En este capítulo se expuso con mayor profundidad el pensamiento matemático de AASM que participa en olimpiadas de matemáticas, a partir de sus propios testimonios sobre cómo enfrentan los problemas, qué estrategias utilizan y cuáles son las actitudes que asumen ante los retos que implica este tipo de competencia. Sus narrativas permitieron identificar procesos como el razonamiento lógico, la verificación constante de resultados, la perseverancia y la autoconfianza como elementos clave en su desempeño, así como una disposición positiva hacia el error como oportunidad de aprendizaje. Estos hallazgos ofrecen una visión cercana y significativa de la manera en que los estudiantes olímpicos construyen y fortalecen su pensamiento matemático, sentando las bases para el análisis que se desarrollará en el siguiente capítulo, el cual abordará estas mismas dimensiones, pero centradas en la experiencia de estudiantes de nivel secundaria, con el fin de establecer puntos de convergencia y contraste entre ambos grupos.

Capítulo 5

El pensamiento matemático en los alumnos sobresalientes de secundaria

Las matemáticas poseen no sólo la verdad,
sino cierta belleza suprema.

Bertrand Russell

Este capítulo se centra en la exploración del desempeño de AASM de nivel secundaria que participaron en la Olimpiada de Matemáticas, poniendo énfasis en las formas en que interpretan, enfrentan y resuelven los problemas propuestos a lo largo del proceso académico. A través de un análisis detallado y organizado por grado escolar, se exponen las estrategias cognitivas, los razonamientos y los procedimientos que los alumnos emplean para construir respuestas fundamentadas, así como la manera en que gestionan la dificultad y la complejidad de los retos matemáticos.

El propósito es evidenciar cómo, en esta etapa formativa, los estudiantes consolidan habilidades como el pensamiento lógico, la argumentación y la creatividad matemática, al mismo tiempo que desarrollan actitudes como la perseverancia, la concentración y el gusto por el desafío intelectual. Sus aportaciones revelan no solo el nivel de dominio conceptual alcanzado, sino también la evolución de su confianza y autonomía en la resolución de problemas.

Primer grado

En este apartado se presentan las soluciones propuestas por los estudiantes. La Tabla 5.1 muestra el concentrado de aquellos que resolvieron de manera correcta, sin errores, uno o más de los ejercicios correspondientes al examen de la Olimpiada de Matemáticas para estudiantes de primer grado de secundaria.

Tabla 5.1. *Alumnos con respuestas excelentes para primer grado, etapa regional*

	Al. 1	Al. 2	Al. 3	Al. 4	Al. 5	Al. 6	Al. 7	Al. 8	Al. 9	Al.10
Problema 1		X		X				X	X	
Problema 2	X					X				
Problema 3		X	X				X		X	X
Problema 4			X		X		X		X	

a) Problema 1

Pablo inventa un código en el que asigna a cada letra un valor numérico que corresponde a un número natural, menor a diez y escribe las siguientes equivalencias:

$$MAE = 30,\ TAM = 105 \text{ y } TAE = 70$$

En las cuales el resultado se obtiene multiplicando los valores de cada una de las letras. Según el código inventado por Pablo, ¿a cuál valor numérico sería equivalente la palabra MATE?

Para este problema, cuatro estudiantes la respondieron correctamente sin errores, las cuales se describen en los siguientes párrafos subsecuentes:

I. Solución del alumno 2

El problema nos dice que MAE = 30, TAM = 105 y TAR = 70. También menciona que para sacar estos valores se multiplican los valores de cada una de las letras; esto nos dice que cada letra equivale a un número. Ahora, para sacar el valor de la palabra MATE, primero sacaremos el valor de cada una de las letras y, para sacar el valor de todas las letras, vamos a escoger primero la palabra MAE = 30.

La palabra MAE nos indica que, si multiplicamos 3 dígitos, nos dará de resultado 30. Lo que hice fue dividir 30 ÷ 2 = 15, para así multiplicar un dígito por 2 (MAE = a x b x 2 = 30). Como la división nos dio 15, entonces multiplicaremos 15 x 2 = 30, pero necesitamos tres dígitos; lo que vamos a hacer es multiplicar dos dígitos que de resultado nos dé 15. Estos dígitos serán equivalentes a “a” y “b”, y con los criterios

de divisibilidad sabemos que 15 x 3 = 15, entonces ya sabemos que 5 x 3 x 2 = 30. Aquí nos damos cuenta de que no importa el orden en el que pongas los números; en la multiplicación te da el mismo resultado. Ahora ya sabemos que:

M = 3 A = 5 E = 2 T = 7

Entonces, para la palabra TAE, sabemos que TAE = 70 → ___ x 5 x 2 = 70.

Para sacar esta palabra hice lo mismo que en la anterior, dividirla entre 2 y ver qué números multiplicados nos den el resultado de la división: 70 ÷ 2 = 35 (desglosando el 35 → 35 = 5 x 7). Entonces:

MATE = 3 x 5 x 7 x 2 = 210
15 x 7 x 2 = 210
105 x 2 = 210

II. Solución del alumno 4

Primero hacemos una pequeña recolección de datos según el problema:

- Cada letra equivale a un número menor a 10.
- Los valores numéricos son números naturales.
- El resultado numérico de la palabra se obtiene multiplicando el valor de cada una de sus letras.

MAE = 30 → M x A x E = 30
TAM = 105 → T x A x M = 105
TAE = 70 → T x A x E = 70

Podemos hacer prueba y error:
M x A x E = 30
5 x 2 x 3 = 30
T x A x M = 105
T x 2 x 5 = ← Aquí ya no se cumple por que 21 no es divisible entre 2 (105/5 = 21)

M x A x E = 30
3 x 5 x 2 = 30
T x A x M = 105
T x 5 x 3 = 10 ← Aquí sí se cumple y tenemos el valor numérico de T (7), ya que 7 x 5 x 3 = 105; ya que estos valores numéricos aplican, podemos:

T x A x E = 70
7 x 5 x 2 = 70 ← Los valores numéricos aplicados anteriormente aplican; hasta ahora tenemos que: T = 7, A = 5, E = 2, M = 3. Por lo tanto, MATE = 3 x 5 x 7 x 2
M x A x T x E = 270
3 x 5 x 7 x 2 = 270
R = el valor numérico de MATE equivale a 270.

Nota: el alumno encontró correctamente el resultado que es 3 x 5 x 7 x 2, pero tuvo un error al hacer las operaciones y anotó 270 en vez de 210.

b) Problema 2

En el parque de la ciudad hay un kiosco con forma de hexágono regular y tiene un espacio destinado para la música, también con forma de hexágono regular, como se muestra en la Figura 30. Los lados del hexágono grande miden el doble que el hexágono pequeño y el hexágono pequeño tiene un área de 6 cm². ¿Cuál es el área del kiosco?

Figura 30. *Kiosco*

Este ejercicio tiene dos soluciones sin errores. A continuación, se presenta la solución del Alumno 1 y posteriormente la solución del Alumno 6.

I. Solución del Alumno 1:

El problema nos dice que el hexágono pequeño tiene un área de 6 cm² y que los lados del hexágono grande miden el doble del lado del hexágono pequeño. Como podemos ver en la Figura 31, cada hexágono lo podemos dividir en 6 triángulos pequeños. En el caso de los triángulos pequeños del hexágono pequeño, su área sería de 1 cm².

Figura 31. *Kiosco seccionado por el estudiante*

Si miramos de nuevo la Figura 22, podemos ver que faltan dos triángulos pequeños para formar dos triángulos grandes que serían del hexágono grande, sabiendo que cada triángulo pequeño mide 1 cm². Entonces los dos triángulos grandes medirían 8 cm², y que cada triángulo grande mide 4 cm². Haciendo la suma de cada triángulo grande para poder formar el hexágono completo, nos daría 24 cm²; eso significa que el área del kiosco es de 24 cm².

II. Solución del alumno 6:

La respuesta a este problema es de 24 cm² y, para poder sacar este resultado, en el problema dice que el hexágono pequeño tiene un área de 6 cm², pero si observamos bien, veremos que un hexágono regular está compuesto por seis triángulos equiláteros. Entonces, lo que yo hice fue dividirlo en 6 triángulos equiláteros, entre el área del hexágono pequeño, que me dio un cociente de 1. Entonces, llegué a la conclusión de que cada triángulo equilátero equivale a 1 cm². Entonces, para poder saber cuál es el área del hexágono grande, lo que hice fue complementar el hexágono grande con los triángulos del mismo tamaño del hexágono regular pequeño; luego conté cuántos triángulos hay. En total hay 24

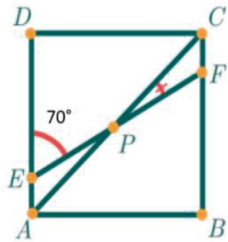
triángulos que conforman el hexágono grande; entonces, luego dividí los 6 triángulos que conforman un hexágono pequeño entre los 24 que hay en el hexágono regular grande y me dio un cociente de 4.

Entonces, me di cuenta de que 4 hexágonos regulares pequeños equivalen a un rectángulo grande y, como cada hexágono pequeño tiene un área de 6 cm², solo tuve que multiplicar 6 cm² de área por los 4 hexágonos, lo que me dio como resultado 24 cm², que es el área del hexágono grande.

c) Problema 3

Si ABCD es un cuadrado y el ángulo PED mide 70o. ¿Cuánto mide el ángulo FPC (ver Figura 32)?

Figura 32. *Cuadrado ABCD, ángulo PED*



Para este problema, cuatro estudiantes la respondieron correctamente sin errores, las cuales se describen a continuación:

I. Solución del alumno 2:

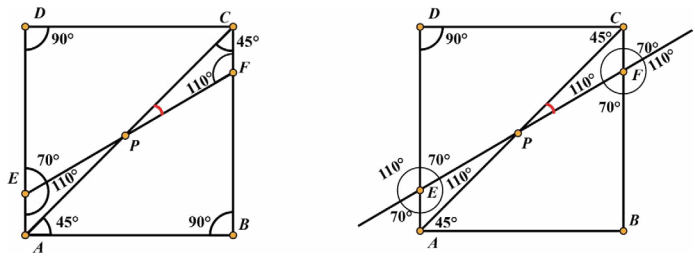
Para este problema, dibujé el cuadrado con todos los ángulos e hice una tabla (ver Tabla 5.2) para poner cuánto mide cada ángulo. Sabemos que los ángulos D y C miden 90° y que D y A miden 45°, porque son un ángulo de 90° partido por la mitad, y los ángulos F y E miden 110°, ya que el ángulo E mide 70°.

Tabla 5.2. *Angulo de cada vértice*

Letra	Ángulo
A	45°
B	90°
C	90°
D	45°
E	70°
F	110°
P	25°

Ayudándonos del dibujo que hice (ver Figura 33), sabemos que el ángulo de abajo mide 110° porque si restamos 180° − 70° = 110°, y como son las dos líneas, se forma un triángulo y la suma de los ángulos de un triángulo nos da 180° y sabemos cuánto miden dos ángulos, entonces 45° + 110° = 155°, se lo restamos a 180°: 180° − 155° = 25°. Respuesta: El ángulo FPC mide 25°.

Figura 33. *Ángulos y vértices*



II. Solución del alumno 3:

Debido a que ∢PED = 70°; ∢PEA = 110°, porque a 70° le faltan 110° para llegar a ser un ángulo llano, o sea, 180°, debido a que todos los ángulos del cuadrado miden 90°; ∢PAE = 45° porque como el segmento AC cruza diagonalmente el cuadrado del extremo a extremo por la mitad, ∢PAE debería medir la mitad de 90°, o sea, 45°.

∢PED = 70° ∢PAE = 45°
∢PEA = 110° ∢EPA = 25°
∢FPC = 25°

$$\begin{array}{r} 110 \\ +\ 45 \\ \hline 155 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 180 \\ -\ 70 \\ \hline 110 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 180 \\ -\ 155 \\ \hline 25 \end{array}$$

Como tengo los ángulos ∢PEA y ∢PAE, tengo que sumar los dos ángulos, obteniendo 155°, para posteriormente restárselos a 180°, porque los ángulos de los triángulos deben dar igual a 180°. Como el resultado fue 25, significa que el ángulo ∢EPA = 25°.

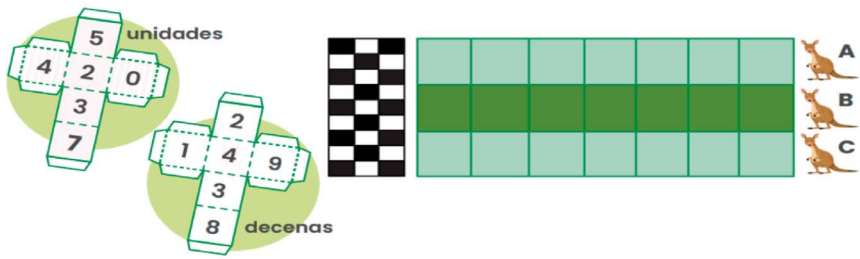
Por último, ∢EPA está al lado opuesto que ∢FPC, el ángulo ∢EPA es igual que el ángulo ∢FPC, por lo que el ángulo ∢FPC = 25°.

d) Problema 4

Alejandra y Mónica juegan "Carrera de Canguros", con los siguientes dados (ver Figura 34), uno para las unidades y otro para las decenas. En el tablero de la imagen se ubican los canguros. Si al lanzar los dados el número obtenido es divisible entre tres, avanza el canguro A; si es divisible entre dos, avanza el canguro B; y si es divisible entre 5, avanza el canguro C. En ocasiones podrían avanzar varios canguros en un solo lanzamiento.

a) ¿Cuál es la probabilidad que tiene cada canguro de ganar?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que avancen los tres canguros al mismo tiempo?

Figura 34. *Carrera de canguros*



Para este problema, cinco estudiantes proporcionaron una respuesta impecable, libre de errores. Sin embargo, en este apartado, presentaremos dos soluciones propuestas que se describen a continuación:

I. Solución del alumno 3:

Números divisibles entre 3
{12, 15, 24, 27, 30, 33, 42, 45, 84, 87, 90, 93 ← Canguro A (12 números)

Números divisibles entre 2
{2, 10, 12, 14, 20, 22, 24, 30, 32,
34, 40, 42, 44, 80, 82, 84, 90, 92, 94} ← Canguro B (18 números)

Números divisibles entre 5
{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45,
50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95} ← Canguro C (12 números)

Todos los Números
{10, 12, 13, 14, 15, 17, 20, 22,
23, 24, 25, 27, 30, 32, 33, 34,
35, 37, 40, 42, 43, 44, 45, 47, 36 números
80, 82, 83, 84, 85, 87, 90, 92,
93, 94, 95, 97}

CANGURO A = 33.33 % 100 ÷ 36 = 2
CANGURO B = 33.33 % 200 ÷ 36 = 5.55 %
CANGURO C = 50.00 %

Números en los que avanzan los tres canguros al mismo tiempo: 30 y 20.

Primero averigüé el total de números que puede salir al tirar los dados, que son 36 números. Después, averigüé cuántos números son los que usa cada canguro para avanzar, quedando así:

CANGURO A = 12 números
CANGURO B = 18 números
CANGURO C = 12 números

Después, utilizando la regla de 3 para averiguar el porcentaje de cada canguro de ganar, quedando así:

Respuesta A:
CANGURO A = 33.33 %
CANGURO B = 33.33 %
CANGURO C = 50.00 %

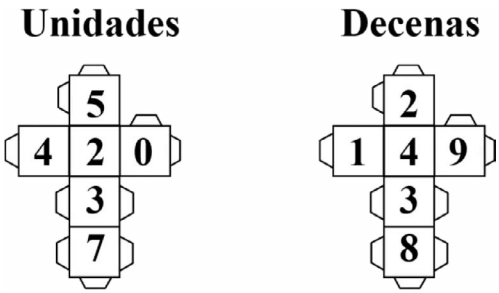
Por último, para la respuesta B, averiguo cuáles son los dos números pares para que los 3 canguros avancen al mismo tiempo; solo 2 números, el 30 y el 20. Nuevamente utilizo la regla de 3 para saber el porcentaje en que los canguros avancen al mismo tiempo, que es de 5.55 %.

II. Solución del alumno 5:

Respuesta: 33.333 %, 50 %, 5.55 %

El problema habla sobre una carrera de canguros, en la que hay 3 canguros (A, B y C). El canguro A avanza si en los dados el valor sumado es divisible entre 3, el canguro B avanza si es divisible entre 2 y el C si es divisible entre 5. Para decirle el número, se tiran dos dados, uno que indica las unidades y otro las decenas. Estos dos dados son los que pueden apreciarse en la Figura 35:

Figura 35. *Dados de Unidades y decenas*



El problema pregunta, ¿Cuál es la probabilidad que tiene cada canguro de ganar? y ¿Cuál es la probabilidad de que avancen los tres al mismo tiempo? Para saber esto, primero tenemos que ver todas las probables tiradas (ver Tabla 53):

Tabla 5.3. *Posibles tiradas con los dados*

Dado	Tirada
1	12, 10, 15, 14, 13, 17
4	42, 40, 45, 44, 43, 47
3	32, 30, 35, 34, 33, 37
8	82, 80, 85, 84, 83, 87
9	92, 90, 95, 94, 93, 97
2	22, 20, 25, 24, 23, 27

Ahora tenemos que calcular la probabilidad de cada una, teniendo la siguiente fórmula:

$$P = \frac{\text{N casos favorables}}{N\ casos\ posibles}$$

Ahora, con la fórmula, solo hay que contar la cantidad de casos favorables para los tres canguros y dividirlo entre la cantidad de casos posibles, o sea, 36.

A = 12 casos favorables / 36 casos posibles A = 1÷ 3 = 0.33 → 33.33 %

B = 18 casos favorables / 36 casos posibles B = 1÷ 2 = 0.50 → 50.00 %

C = 12 casos favorables / 36 casos posibles C = 1÷ 3 = 0.33 → 33.33 %

Esto responde a la primera pregunta, para A y C, lo mismo “33.33 %” y para B “50 %”. Pero para la segunda, tenemos que contar de nuevo.

Probabilidad de que A, B, C avancen juntos = 2 casos favorables / 36 casos posibles

PA, B, C = 1 ÷ 18 = 0.5555 → 5.55 %

Segundo grado

En este apartado se presentan las soluciones de los estudiantes, y en la Tabla 5.4 se puede apreciar el concentrado de estudiantes que respondieron sin errores a uno o más ejercicios que integran el examen de la Olimpiada de Matemáticas para alumnos de segundo grado de secundaria.

Tabla 5.4. *Concentrado de Alumnos con respuestas excelentes para segundo grado*

Alumno	Prob. 1	Prob. 2	Prob. 3	Prob. 4	Prob. 5
Alumno 1				X	
Alumno 2			X		X
Alumno 3	X	X			
Alumno 4		X			
Alumno 5					X

a) Problema 1

En el primer problema, el estudiante debe resolver: En la siguiente imagen, se muestra un triángulo rectángulo isósceles, el cual tiene inscritos tres sectores circulares que tienen por centro los vértices del triángulo; además, los sectores se tocan en los puntos medios de cada cateto. Si el área del sector (1) es igual a 8π, encuentra el valor del área sombreada.

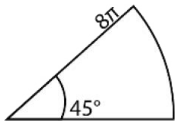
Nota: la figura del problema es la que dibuja el alumno, el área que se debe encontrar es la parte del triángulo que no forma parte de los sectores circulares.

La solución brindada es:

Con un ángulo recto y dos agudos, primero obtendré los ángulos (la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es igual a 180°) y, al ser un triángulo isósceles, dos de sus ángulos son iguales; como ya tenemos uno recto, los otros dos son iguales:

$$90° + 2^a = 180;$$
$$2a = 90;$$
$$a = 45$$

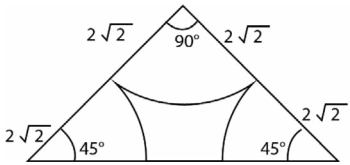
El triángulo tiene inscritos “tres sectores circulares”; estos, con su centro en los vértices y entre ellos, se tocan en los puntos medios de los catetos. El área del de la izquierda es de 8π (1).



45° es $\frac{1}{8}$ de 360 (un círculo),
así que cada radio: (x = radio)

$$\pi r^2 = 8\ \pi;\ \frac{\pi x^2}{\pi} = \frac{8\pi}{\pi};\ x^2 = 8;\ x = \sqrt{8};\ x = \sqrt{4}\ \times\ \sqrt{2};\ x = 2\sqrt{2}$$

Ahora reemplace sabiendo el radio del círculo. Ya que indica que están en el punto medio de los catetos. Ahora obtendré el área del triángulo:



$$\frac{(4\sqrt{2})(4\sqrt{2})}{2} = (\frac{4\sqrt{2}}{2})^2 = \frac{16\sqrt{2}^2}{2} = \frac{16\ \times 2}{2}$$

Ahora sí, tenemos 45°; es 1/8 de la circunferencia de la fracción del círculo en el vértice superior con ángulo de 90°, que es 2/8 o ¼ de los 360°. Obtendré el área de los círculos:

Si entre sus ángulos miden 180°, es la MITAD de la circunferencia → (360°)

$$\frac{\pi\ (2\sqrt{2})^2}{2} = \frac{\pi\ \cdot 4 \cdot 2}{2} = 4\pi$$

Por lo tanto, la suma de las áreas de los sectores circulares es de 4π y el área del triángulo en el que están inscritos es 16, así que el área sombreada o restante es: 16 - 4π ← MAL, ME EQUIVOQUÉ

El área (1) es $\frac{\pi r^2}{8} = 8\pi$ (x = radio)

$8 \times \frac{\pi r^2}{8} = 8 \cdot 8\pi;\ \frac{\pi r^2}{\pi} = \frac{64\pi}{\pi}\ x^2 = 64; x = 8$ El radio es 8 (rectifico)

Ahora reemplazaré de nuevo

$$\frac{\pi 8^2}{2} = \frac{\pi \cdot 64}{2} = 32\pi$$

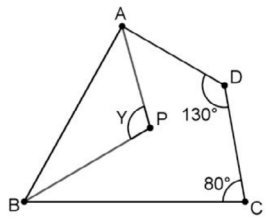
Tomando en cuenta que los sectores suman media circunferencia, ya que la suma de sus ángulos es 180°. El área sombreada, corrigiendo mi error, es igual a:

$$128 - 32\pi = \text{area sombreada} \leftarrow \text{Esta es la respuesta final}$$

b) Problema 2

Ulises dibuja un cuadrilátero ABCD (ver Figura 36), como en la figura, de tal manera que el ángulo interior en el vértice C mide 80° y el ángulo interior en el vértice D mide 130°. Si las bisectrices de los ángulos interiores en los vértices A y B se cortan en P, determina el valor del ángulo "Y" marcado en la figura. Para este problema, se presentan las soluciones de dos alumnos: Alumno 3 y Alumno 4.

Figura 36. *Cuadrilátero ABCD*



I. Solución propuesta por el alumno 3:

Pasaré el cuadrilátero ABCD que me da el problema; ya indiqué los ángulos que me proporcionan y comenzaré a observar: el polígono de cuatro lados (ABCD), al ser un cuadrilátero, tiene sus 4 lados irregulares; sé que sus ángulos interiores deben sumar 360° por la fórmula 180° (n-2), donde n es el número de lados del polígono (y se multiplica por la suma de los ángulos interiores de un triángulo (180°) (n-2) es el número de triángulos formados).

$$a = 80°;\ b = 130°;\ y = ?$$

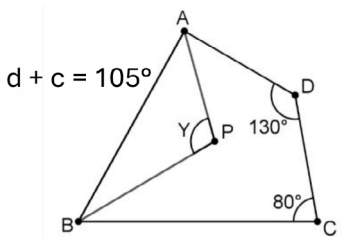
3360° − 210° = 150°, así que los otros 150° están distribuidos en C y D, si en los ángulos de los vértices A y B (sin importar cómo están distribuidos) es 150° y estos tienen su bisectriz formando el triángulo donde está el ángulo y; $\frac{150}{2} + y = 180°$
Dado que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°,

$$\frac{150}{2} + y = 180°; 75° + y = 180°; y = 180 - 75; y = 105°$$

$$y = 105°$$

Si es verdad que la bisectriz de un ángulo lo corto a la mitad, entonces el ángulo "y" dentro de la figura ABP trazada en el cuadrilátero ABCD (ver Figura 37) de la siguiente manera:

Figura 37. *Figura ABP del cuadrilátero ABCD*



Conociendo los ángulos, llegué a la conclusión de que el ángulo y = (∢APB) mide 105°.

II. Solución propuesta por el Alumno 4:

Ulises dibujó el cuadrilátero ABCD… Ángulo C = 80°, ángulo D = 130°.

Procedimiento:

130 + 80 = 210

Comencé leyendo el problema e identifiqué los datos; después entendí la figura, y gracias al problema supe que D mide 130°, C mide 80° y que la figura es un cuadrilátero. Primero sumé 130° + 80°; obtuve 210, y como la suma de todos los ángulos de un cuadrilátero son 360°, resté 360° − 210°; me dio 150°, y como me indica que A + B están partidos

por una bisectriz, divido 150 ÷ 2; obtuve 75. Así que A + B miden 75° y, como la suma de todos los ángulos internos de un triángulo es 180°, resté 180° − 75°; me dio la respuesta de que el ángulo y mide 105°.

c) Problema 3

Este apartado describe la solución propuesta al ejercicio 3: Calcula el valor del producto siguiente:

$$\left(1+\frac{2}{1}\right) \text{ x } \left(1+\frac{2}{3}\right) \text{ x } \left(1+\frac{2}{5}\right) \text{ x } \left(1+\frac{2}{7}\right) \text{ x } \left(1+\frac{2}{9}\right) \text{ x } \left(1+\frac{2}{11}\right)$$

La solución propuesta por el estudiante es:

$$\frac{\cancel{3}}{1} \text{ x } \frac{\cancel{5}}{\cancel{3}} \text{ x } \frac{\cancel{7}}{\cancel{5}} \text{ x } \frac{\cancel{9}}{\cancel{7}} \text{ x } \frac{\cancel{11}}{\cancel{9}} \text{ x } \frac{13}{\cancel{11}} = 13$$

Primero resolvemos los problemas que están dentro de los paréntesis, ya que, por la jerarquía, los paréntesis se hacen primero. Para resolver cada paréntesis, lo que podemos hacer es, a un número de arriba de la fracción, sumarle el número de debajo de la fracción. Ya que a cada fracción se le suma uno, pues nada más le tendremos que sumar un entero. Por ejemplo, a $\left(1+\frac{2}{3}\right)$, al sumarse solamente un entero, a 2 le sumamos 3, y el 3 se queda igual, y quitamos el 1, dejándonos $\frac{5}{3}$.Una vez realizados los demás paréntesis, eliminamos paréntesis y nos quedaría como

$$\frac{3}{1} \text{ x } \frac{5}{3} \text{ x } \frac{7}{5} \text{ x } \frac{9}{7} \text{ x } \frac{11}{9} \text{ x } \frac{13}{11}$$

Ahora, podemos empezar a simplificar, y para simplificar más rápido, podemos, a los números de abajo que sean múltiplos de los de arriba, los dividimos entre el máximo común divisor (MCD), por ejemplo, en el $\left(\frac{3}{1} \text{ x } \frac{5}{3}\right)$, los dos y tres son múltiplos, en este caso, de 3, y este, al ser el MCD, lo dividimos entre 3, quedándonos $\left(\frac{1}{1} \text{ x } \frac{5}{1}\right)$, y esto lo hacemos con los demás. Al final, nos quedaría como $\left(\frac{1}{1} \text{ x } \frac{1}{1} \text{ x } \frac{1}{1} \text{ x } \frac{1}{1} \text{ x } \frac{1}{1} \text{ x } \frac{13}{1}\right)$, y esto al multiplicarlo sería $\frac{13}{1}$, algo igual a 13.

d) Problema 4

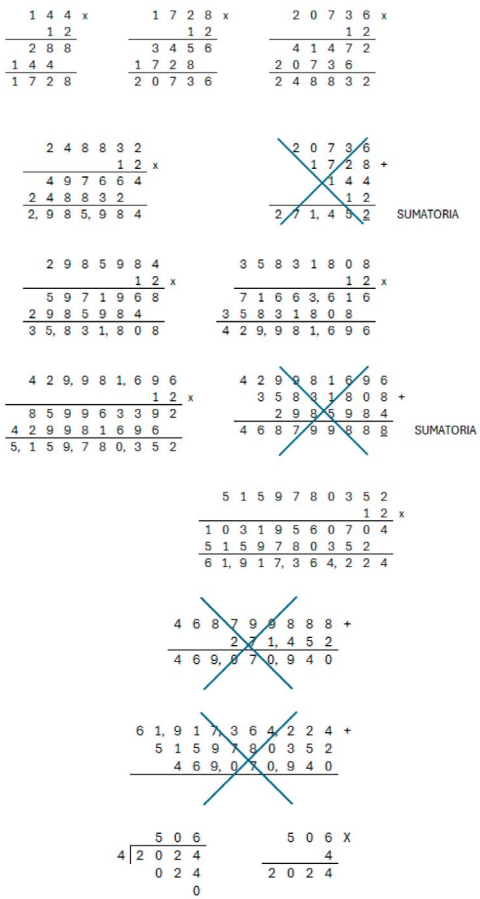
Respecto al problema 4, el problema planteado fue: Encuentra el dígito de las unidades de la siguiente suma:

$$12^1 + 12^2 + \ldots + 12^{2024} + 12^{2025}$$

La solución descrita por el alumno 1 es:
$12^1 = 12$
$12^2 = 12 \cdot 12 = 144$
$12^3 = 12 \cdot 12 \cdot 12 = 1{,}728$
$12^4 = 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 = 20{,}736$
$12^5 = 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 = 248{,}832$
$12^6 = 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 = 2{,}985{,}984$
$12^7 = 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 = 35{,}831{,}808$
$12^8 = 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 = 429{,}981{,}696$
$12^9 = 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 = 5{,}519{,}780{,}352$
$12^{10} = 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 = 61{,}917{,}364{,}224$

Encontré un patrón
12^1 = su unidad es 2
12^2 = su unidad es 4
12^3 = su unidad es 8
12^4 = su unidad es 6

Y de aquí se va repitiendo
$12^5 = 2$
$12^6 = 4$
$12^7 = 8$
$12^8 = 6$
$12^9 = 2$
$12^{10} = 4$



Habrá 506 números de cada uno donde terminen en las unidades 2, 4, 8 y 6. A partir de 12^{2025}, se reinicia el patrón; por lo tanto, el resultado o producto de esa multiplicación, su unidad será 2. El dígito de las unidades de la suma correspondiente es 2..

Para empezar, lo primero que hice fue organizar los datos que me da el problema, donde tengo que encontrar el dígito que estará en las unidades de la suma que me da. Lo primero que hice fue ir sacando cuánto me daba cada uno elevado a una potencia. Para sacar esto, vi que 12 era nuestra base y la tenía que multiplicar por sí misma las veces que indicara el exponente, y así en $12^1 = 12$, $12^2 = 144$, $12^3 = 1728$, $12^4 = 20\,736$, $12^5 = 248\,832$.

Al iniciar aquí, empecé a hacer la suma para ver si encontraba un patrón, pero este procedimiento no me sirvió y me di cuenta de él más adelante. Ahora, el procedimiento que sí me sirvió fue ir sacando el producto de diferentes potencias, y aquí me di cuenta de un patrón: en las potencias $12^1 = 12$, $12^2 = 144$, $12^3 = 1728$, $12^4 = 20\,736$, el dígito de sus unidades va primero con 2, 4, 8 y 6, y luego, en la potencia 12^5, su unidad es 2. Así se va repitiendo el patrón. Cada 4 potencias, en la siguiente se reiniciará el patrón y volvería a comenzar en 2.

Luego de esto me di cuenta de que el 2024 es múltiplo de 4; supe esto porque las últimas dos cifras son múltiplo de 24 y, al ser división, me dio 506. ¿Qué quiere decir esto? Que habrá 506 números que terminen en 2, 506 que terminen en 4, 506 que terminen en 8 y 506 que terminen en 6.

Después de sacar cuántos números terminarán con los números 2, 4, 6 y 8, multiplique cada uno por 506: $506 \cdot 2 = 1012$, $506 \cdot 4 = 2024$, $506 \cdot 6 = 3036$, $506 \cdot 8 = 4048$. ¿Por qué hice esto? Hice esto para simular, al ir sumando las unidades, como habrá 506 números que su unidad termine en 2, al sumarlos, quedaría 1012. Luego sumé $1012 + 2024 + 3036 + 4048 = 12120$, pero recordemos que aún nos falta el 2025 y aquí se reinicia el patrón donde el número termina con la unidad 2, y se lo sumamos al 12, 122, y el que nos interesa es el 2, porque este dígito sería el dígito que estará en las unidades. Respuesta. El dígito de las unidades de la correspondiente suma es 2.

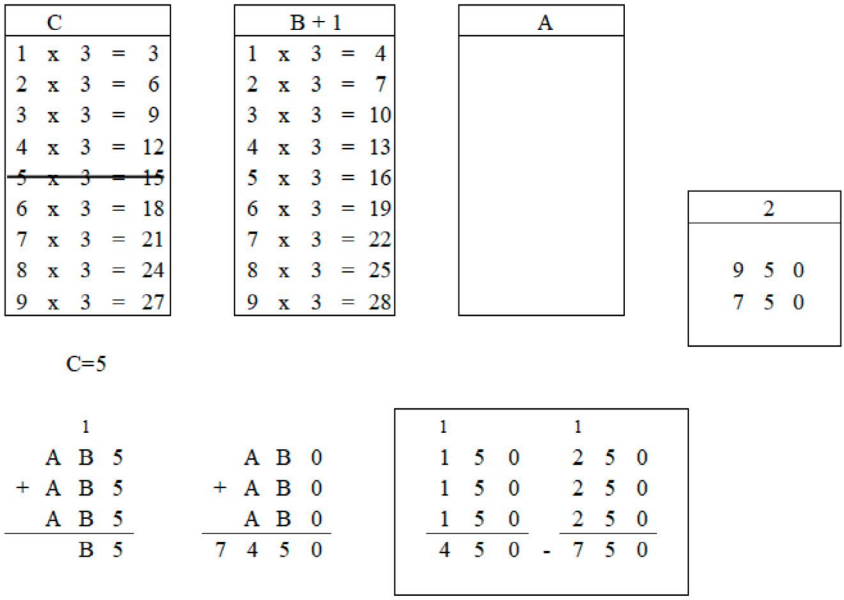
e) Problema 5

En la siguiente suma de tres números de tres dígitos, cada letra representa un dígito (siempre el mismo), y letras distintas representan distintos dígitos. Si ningún número empieza con cero, ¿cuáles son todas las posibles soluciones de la suma?

$$\begin{array}{rccc} & A & B & C \\ + & A & B & C \\ \hline & A & B & C \\ \hline & D & B & C \end{array}$$

I. Solución propuesta del alumno 2:

Solo hay dos posibles sumas, ya que, al sumarse 3 veces el número, sería igual que cada dígito multiplicarlo por 3, y si se ocupa sumarle uno o dos, entonces primero sumamos por la derecha. Busqué del 0 al 9 un número que, multiplicado por 3, dé como unidad ese mismo número, y encontré el 0 y el 5. Después probé con un múltiplo de 3 que, sumando 1, dé un número como unidad, pero ahora el número no podía tener el 5, ya que estamos considerando en este momento [C = 5], pero no encontré ni uno.

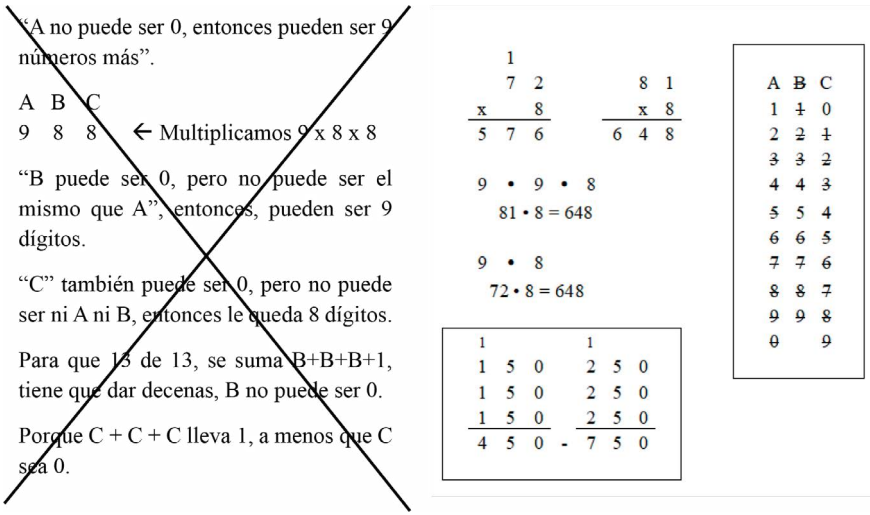


Entonces, considerando [C = 0], ahora solo tenía que encontrar un número que, multiplicado por 3, diera como unidad ese número, pero ahora sin sumar uno, ya que 0 x 3 no da decenas, y encontré el 5. Entonces, como 5 x 3 da 1 como decena, tenía que encontrar un número que, multiplicado por 3 y sumado 1, diera una unidad solamente, siempre el número siendo unidad. Los únicos que encontré fueron el 1 y el 2, ya que el 3 nos daría decenas, y entonces solo podían existir 2 números: el 150 y el 250.

II. Solución propuesta por el estudiante 5:

Descartamos números cuya multiplicación por 3 no dé el mismo número. C puede ser 0 y 5. Como ningún número multiplicado por 3 más 1 da el mismo número en el lado de las unidades, significa que C es 0, B es 5 y llevamos 1 para A. Ahora quitamos los números de decenas cuya multiplicación por 3 más 1 de decenas. Entonces significa que A puede ser 1 y 2.

Respuesta: Las posibles soluciones de la suma pueden ser 450 y 750.



Tercer grado

En este apartado se presentan las soluciones aportadas por los estudiantes. La Tabla 5.5 muestra el concentrado de aquellos que resolvieron correctamente, sin errores, uno o más de los ejercicios correspondientes al examen de la Olimpiada de Matemáticas para alumnos de tercer grado de secundaria.

Tabla 5.5. *Concentrado de problemas resueltos por los alumnos*

Alumno	Prob. 1	Prob. 2	Prob. 3	Prob. 4	Prob. 5
Alumno 1				X	
Alumno 2	X		X	X	X
Alumno 3				X	X
Alumno 4			X		
Alumno 5					X

a) Problema 1

Una caja contiene 120 boletos, unos azules, otros rojos y otros blancos. Si todos los rojos fueran reemplazados por azules, habría el doble de azules que de blancos. Si todos los blancos se reemplazaran con azules, habría el triple de azules que de rojos. ¿Cuántos boletos azules hay en la caja? En este problema, solo el Alumno 2 proporcionó una respuesta libre de errores, la cual se describe a continuación:

Primero vamos a ordenar las condiciones del problema planteado, siendo: A = Cantidad de boletos azules, B = Cantidad de boletos blancos, R = Cantidad de boletos rojos. Son 120 boletos, por lo tanto, A + B + R = 120. Si los rojos fueran azules, habría el doble de azules que de blancos; por lo tanto, la suma de rojos y azules equivale al doble de los blancos (A + R = 2B). Si los blancos fueran azules, habría el triple de azules que de rojos. Por lo tanto, la suma de blancos y azules es igual al triple de rojos (A + B = 3R).

(1) A + B + R = 120
(2) A + R = 2B
(3) A + B = 3R

En la ecuación 3 vemos que A + B = 3R, así que vamos a sustituirlo en la ecuación 1

3R + R = 120
4R = 120
R = 120 ÷ 4
R = 30 ← aplicamos este valor al sustituir; usaremos las ecuaciones 2 y 3.

$A + 30 = 2B \quad \rightarrow A - 2B = -30$
$A + B = 90 \qquad A + B = 90$

ahora restamos

$-3B = 120$
$3B = 120$
$B = 120 \div 3 = 40 \leftarrow$ sustituimos en ecuación 1

$A + 40 + 30 = 120$
$A + 70 = 120$
$A = 120 - 70$
$A = 50$

Resultado:
50 boletos azules
40 boletos blancos
30 boletos rojos

b) Problema 3

Las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6 se usan para escribir el número abcdef de seis dígitos diferentes tal que abc es divisible entre 4, bcd es divisible entre 5, cde es divisible entre 3 y def es divisible entre 11. Encuentra todos los posibles números abcdef.

I. La solución propuesta por el alumno 2 es:

Ordenamos el problema y razonamos: ABCDEF: Del 1 al 6, no se repiten.
(1) ABC: Divisible entre 4, por lo que C siempre es un número par.
(2) BCD: Divisible entre 5, por lo que D es 5 o 0, pero como no hay 0, D siempre será 5.
(3) CDE: Divisible entre 3, por lo que sus dígitos deben sumar en múltiplo de 3.
(4) DEF: Divisible entre 11, el lugar de las centenas es 5.

Lo primero que haré será irme a la condición 4 y ver los números de tres dígitos divisibles entre 11, con el 5 en el lugar de las centenas. Tachamos los que no pueden ser.

~~506~~ → No hay 0.
~~517~~ → No hay 7.
~~528~~ → No hay 8.
~~539~~ → No hay 9.
550 → No hay repetición.
561 → Se vuelve el único posible, por lo que D = 5, E = 6, F = 1.
572 → No hay 7.
587 → No hay 8.

Ya que tenemos estos valores, vamos a la condición (3) y la transformamos: C56 → Es divisible entre 3.

Como sabemos que nos tiene que dar los dígitos sumados un múltiplo de 3, vamos a probar con los dígitos restantes (2, 3 y 4).

¿C = 2? 256 = 2 + 5 + 6 = 13 ← No es múltiplo de 3.
¿C = 3? 356 = 3 + 5 + 6 = 14 ← No es múltiplo de 3.
¿C = 4? 456 = 4 + 5 + 6 = 15 ← Si es múltiplo de 3. Por lo que C siempre será 4.

Con estos cuatro valores, C = 4, D = 5, E = 6, F = 1, solo nos quedan dos condiciones por cumplir:
(1) ABC: Divisible entre 4
(2) BCD: Divisible entre 5

Con la segunda condición, como ya sabemos que D = 5, sea B el número que sea; siempre será divisible entre 5. Por lo que iremos a la condición (1). Ya tenemos que C es par (C = 4), pero seguimos dependiendo de los otros dos números. Para saber si es divisible entre 4, ya que todos los números divisibles entre 4 son pares, pero no todos los números pares son divisibles entre 4. Por eso, vamos a intentar las dos combinaciones restantes para ver en qué orden conseguimos la divisibilidad entre 4.
Orden 1: A = 2, B = 3 ¿234 es divisible entre 4? La respuesta es no.
234 ÷ 4 = 58, esta operación tiene 2 de residuo, por lo que no es divisible.
Orden 2: A = 3, B = 2 ¿324 es divisible entre 4? La respuesta es sí.

234 ÷ 4 = 81; esta operación, su residuo es 0, por lo que significa que si es divisible entre 4.

Con esto, podemos decir que A = 3, B = 2, C = 4, D = 5, E = 6, F = 1, por lo que como resultado tenemos que comprobar las condiciones:
324561 → Dígitos distintos, sin repetirse del 1 al 6
324 → Divisible entre 4.
245 → Divisible entre 5.
456 → Divisible entre 3.
561 → Divisible entre 11.

Resultado: Los valores posibles para satisfacer las siguientes condiciones siempre serán los siguientes: A = 3, B = 2, C = 4, D = 5, E = 6, F = 1.

II. La solución propuesta por el alumno 4 es:

Para poder resolver este problema nos dan ciertos datos; se nos dan las cifras del 1 al 6, no podemos repetir; ABCDEF es lo que buscamos.

Se nos dice que ABC es divisible entre 4, BCD es divisible entre 5, CDE es divisible entre 3 y DEF es divisible entre 11. Para saber si un número es divisible entre 5, tiene que terminar en 5 o en 0; como no hay cero, entonces termina en 5. Ahora, colocamos el número 5 en sustitución de la "D", y es el número final en BCD.

Después fui a obtener el número DEF, teniendo que D es 5. Me faltaba D y F para saber qué número es divisible entre 11; sus números están en la posición par, se suman, y lo mismo con los que están en la posición impar; luego se restan entre sí y el resultado tiene que ser 0 u 11, o un múltiplo de 11. Como el 5 está en posición par, el número mayor a este es el 6; al realizar 6 – 5 nos da 1, entonces coloqué el 6 en la posición E y 1 en la posición F.

Luego, nos decía que CDE era divisible entre 3. Para que un número sea divisible entre 3, sus cifras deben sumar 3 o ser un múltiplo de 3; ya que tenía los valores de D y E, que eran 5 y 6, sumados daban 11, necesitaba un número que, al sumarlo, diera como resultado 15, y ese número es 4. Entonces coloqué el 4 en la posición C.

Posteriormente, nos decían que ABC es divisible entre 4; me quedaban las cifras 3 y 2. Se nos dice que para que un número sea divisible entre 4, sus últimas dos cifras se deben poder dividir entre 4, por lo que concluí

que 34 no puede ser, en tanto que 24 sí es divisible entre 4. Entonces, coloqué el 1 en la posición "A" y el 2 en la posición "B".

Respuesta: 324561 son los números de ABCDEF

ABC = 324 BCD = 245 CDE = 456 DEF = 561

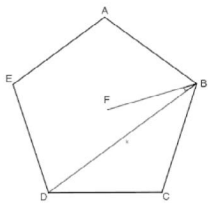
Verificación:

ABC es divisible entre 4.	324 es divisible entre 4.
BCD es divisible entre 5.	245 es divisible entre 5.
CDE es divisible entre 3.	456 es divisible entre 3.
DEF es divisible entre 11.	561 es divisible entre 11.

c) Problema 4

La figura ABCDE (ver Figura 38) es un pentágono regular y el punto "F" se encuentra en el centro de la figura. ¿Cuál es la medida del ángulo FBD?

Figura 38. *Figura ABCDE*



I. Solución propuesta por el alumno 2:

Sabemos que en un pentágono regular, los ángulos interiores miden 108°, por lo que usaré eso para el ángulo BCD. Este triángulo es isósceles, ya que 2 de sus lados son lados del pentágono regular. Los triángulos isósceles tienen dos ángulos y dos lados iguales; ya tenemos 108°, este ángulo no se repite, ya que, si se repitiera, la suma de los ángulos internos del triángulo sería mayor a 180°, y esto no puede ser así, así que con los grados restantes (72°), los dividiremos de forma equitativa entre ambos ángulos (72° ÷ 2 = 36°), obteniendo 36° para cada uno.

Ahora, vamos a entender la línea FB. Ahora irá del vértice B al lado DE, pasando por el centro, por lo que al chocar forman un ángulo recto, al igual que otro triángulo.

Con nuestro nuevo triángulo tenemos el ángulo recto (90°), el ángulo FBD (el que buscamos) y uno nuevo que podemos sacar; en la figura podemos observar que está pegado al ángulo BCD, que es de 36°, y juntos forman un ángulo interno del pentágono D (108°). Por lo tanto, 108° − 36°, para completar el ángulo D y tener la medida del ángulo que forma parte del triángulo rectángulo, nos da 72°. En nuestro nuevo triángulo ya llevamos 162° (90° + 72°), por lo que el ángulo restante FBD es igual a 18° (180° − 162° = 18°).

II. Solución propuesta por el alumno 3:

Tenemos el triángulo BCD, que es isósceles, ya que DC = BC, pues son lados de un pentágono regular. Sabemos, además, que ∢DCB = 108°, pues el ángulo interior de un pentágono regular, y, además, es el ángulo desigual del triángulo isósceles BCD, por lo que

∢CBD = ∢CDB
2∢CBD + 108°= 180
2∢CBD = 180° - 108°
2∢CBD = 72°
∴∢CBD = 3C = ∢CDB

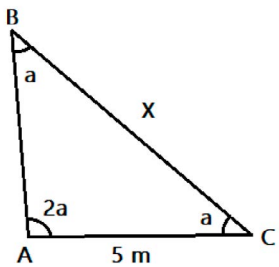
Tenemos que FB corta al ángulo ∢ABC por la mitad, ya que ∢ABC es ángulo interior del pentágono, es igual a 108°, FB, lo corta en dos ángulos, ∢CBF y ∢ABF, ambos de 54°. Veamos que ∢CBF está formado por dos ángulos:

∢CBD + ∢FBD = ∢CBF = 54°
36° + ∢FBD = 54°
∴∢FBD = 54° − 36° = 18° ← Respuesta: 18°

d) Problema 5

Encuentra el valor del lado BC en el siguiente triángulo (ver Figura 39).

Figura 39. *Triángulo ABC*



I. La solución del alumno 2 para resolver este problema es:

La suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es de 180°, entonces,

2a + a + a = 180°
4a = 180°
a = 180° ÷ 4
a = 45°

Ahora, utilizamos la ley de los senos para expresar la siguiente igualdad:

A=90° B= 45° C= 45° a = x b = 5 c = y

$$\frac{\operatorname{sen} B}{b} = \frac{\operatorname{sen} C}{c} \rightarrow \frac{\operatorname{sen} 45}{5} = \frac{\operatorname{sen} 45}{y}$$

$$\frac{\cancel{\operatorname{sen} 45}}{5} \times \frac{1}{\cancel{\operatorname{sen} 45}} = \frac{\cancel{\operatorname{sen} 45}}{y} \times \frac{1}{\cancel{\operatorname{sen} 45}}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{5} \bullet y = \frac{1}{y} \bullet y$$

$$\frac{y}{5} = 1 \rightarrow y = 5$$

Como es un triángulo rectángulo, usaremos el teorema de Pitágoras para sacar la longitud de BC

$(5m)^2 + (5m)^2 = x^2$
$25m^2 + 25m^2 = x^2$
$50m^2 = x^2$
$x^2 = 50m^2$
$x = 5\sqrt{2}m$

Resultado: el lado BC mide $5\sqrt{2}$ metros.

II. La solución del alumno 5 para resolver este problema es:

Primero calculé cuánto medían cada uno de sus ángulos, ya que:

$2a + a + a = 180$
$4a = 180$
$a = \frac{180}{4} = 45$

Así que cada uno de sus ángulos es de 90°, mientras que los otros dos miden 45°, así que dos de sus lados son iguales y otro no, por lo que sus catetos son iguales, mientras que la hipotenusa no. Como me dan la medida de un cateto, entonces el otro mide 5, así que: ba = 5 y ab = 5. Usando el teorema de Pitágoras ($a^2 + b^2 = c^2$) puedo calcular (bc):

$$5^2 + 5^2 = (bc)^2 = 25 + 25 = c^2$$
$$\sqrt{50} = \sqrt{c^2}$$
$$c = \sqrt{50} = \sqrt{5 \text{ x } 5 \text{ x } 2}$$
$$c = 5\sqrt{2}$$

Resultado: El lado bc equivale a $5\sqrt{2}$ metros.

Testimonios de AASM del nivel secundaria

A continuación, se presentan los testimonios de estudiantes de nivel secundaria que participaron en la Olimpiada de Matemáticas, los cuales permiten acercarse a su vivencia personal frente a los retos que implica este tipo de competencia. A través de sus propias palabras, se exploran las estrategias que emplean para resolver problemas, la manera en que enfrentan la dificultad, sus motivaciones y las actitudes que manifiestan durante el proceso, ofreciendo una mirada a su pensamiento matemático.

Testimonio 1

Para lograr un buen desempeño en la Olimpiada de Matemáticas, considero fundamental planear con anticipación la forma en que abordaré cada problema, así como administrar adecuadamente mi tiempo durante la resolución. Cuando me enfrento a un ejercicio que no logro resolver de inmediato, procuro desarrollarlo paso a paso y generar ejemplos que me ayuden a comprender mejor la situación y encontrar posibles caminos de solución. Si detecto que he cometido un error, me regreso hasta donde estoy seguro de que todo era correcto y continúo desde ahí. Aunque no siempre es posible tener total certeza, trato de comprobar mis respuestas cuando se presenta la oportunidad para asegurar que mi solución sea correcta y completa. Disfruto especialmente resolver problemas de combinatoria, en particular aquellos que se presentan en forma de juegos. Mi principal motivación para participar en las olimpiadas es el deseo de aprender cosas nuevas sobre las matemáticas.

Testimonio 2

Para tener éxito en la Olimpiada de Matemáticas, primero leo el problema dos, tres o más veces hasta entenderlo bien; después pienso en cómo podría resolverlo o en alguna forma que tal vez me lleve al resultado. Luego intento lo que creo que puede funcionar y, al final, reviso si no me equivoqué en alguna operación y si el resultado tiene sentido con los números. Cuando me encuentro con un problema que no puedo resolver

de inmediato, lo analizo con más cuidado y trato de buscar diferentes maneras en las que quizá podría solucionarlo. Si me doy cuenta de que cometí un error, vuelvo atrás hasta encontrar en qué me equivoqué; cuando lo descubro, lo corrijo y continúo trabajando. Para saber si mi solución es correcta, repaso todos mis pasos en mi mente y reviso que las operaciones estén bien hechas. Disfruto mucho los problemas geométricos porque me gusta observar cada parte de la figura y tratar de encontrar la medida que se pide. Lo que más me motiva a participar en las olimpiadas es ver que hay otras personas que también pueden resolver problemas difíciles y descubrir qué tan bueno soy en este tipo de retos.

Testimonio 3

Las estrategias que más me han ayudado a tener éxito en la olimpiada son identificar si ya resolví un problema similar y observar bien los datos y la pregunta para saber qué tipo de problema es y con qué método lo puedo resolver. Cuando me enfrento a un problema que no sé resolver de inmediato, primero observo su tipo y lo desarrollo un poco para ver cómo puedo jugar con los datos y trabajarlos de la forma que quiero. Si me doy cuenta de que cometí un error, encierro lo que está mal, aclaro que me equivoqué y continúo desde donde fallé sin borrar nada, ya que eso puede ayudar a sumar puntos. Sé que mi solución es correcta cuando analizo la lógica que usé, reviso que todo esté bien y veo que la respuesta tenga sentido con lo que se pide. Los problemas que más disfruto son los que son únicos y dependen del ingenio y la creatividad más que de saber fórmulas, porque son más entretenidos y no dependen tanto del conocimiento. Me motiva participar en las Olimpiadas de Matemáticas porque quiero formar un currículum destacable.

Testimonio 4

Para resolver los problemas, aplico diversas estrategias, como simplificar los problemas y rescatar los datos más importantes. Cuando enfrento un problema que no sé resolver de inmediato, primero repaso los datos y las incógnitas que tengo, así como lo que se me pide; después busco las

fórmulas que puedo emplear con esos datos, continúo intentando obtener el resultado deseado y finalmente compruebo si ese resultado es correcto. Si me doy cuenta de que cometí un error en mi razonamiento, rectifico el problema y escribo nuevamente otro procedimiento. Sé que mi solución es correcta o completa comprobando mi respuesta. Los problemas que más disfruto resolver son los de sistemas de ecuaciones y áreas, porque me gusta despejar y encontrar la incógnita. Me motiva participar en las Olimpiadas de Matemáticas por el reconocimiento y el desarrollo de mis habilidades matemáticas.

Testimonio 5

Las estrategias que me han ayudado a tener éxito en la olimpiada son buscar varias maneras de resolver un mismo problema. Cuando me enfrento a uno que no sé resolver de inmediato, lo tomo con calma y me aseguro de entenderlo completamente antes de empezar a resolverlo. Al darme cuenta de que cometí un error en mi razonamiento, simplemente lo intento nuevamente. Sé que mi solución es correcta o completa cuando la comparo con lo que pide el problema y, si lo satisface, me aseguro de que esté bien. Los problemas que más disfruto resolver son los concisos, donde no se necesita dar demasiadas vueltas para llegar a la respuesta. Me motiva participar en las Olimpiadas de Matemáticas porque me gusta competir y siento que soy capaz de desarrollarme mejor que si no lo hiciera.

Testimonio 6

Existen diversas estrategias que me han dado resultado en las olimpiadas, una de las más comunes es desglosar los problemas, anotar los datos que me dan y tratar de convertirlos en otros más fáciles. Cuando enfrento un problema que no sé resolver, analizo los datos que me proporciona y veo de qué manera me pueden ayudar para darme una idea de cómo comenzar. Si me doy cuenta de que cometí un error en mi razonamiento, vuelvo desde cero para ubicar bien mi equivocación y así no cometer otro error. Sé que mi solución es correcta o completa cuando estoy total-

mente seguro de ella, no existe ninguna contradicción y el resultado es coherente. Los problemas que más disfruto resolver son aquellos en los que se usan propiedades para reducirlos o varios teoremas para llegar a un problema más sencillo, ya que requieren analizar a detalle los datos. Me motiva participar en las olimpiadas de matemáticas porque me gustan las matemáticas y considero que esto me abrirá muchas puertas en el futuro, principalmente en la universidad y en el trabajo.

Con base en estos testimonios de AASM del nivel secundaria, determinamos las siguientes características de desempeño y actitud.

Durante la resolución de problemas (estrategias y procesos)

- Lectura repetida y cuidadosa del enunciado para comprenderlo plenamente.
- Análisis detallado de los datos, incógnitas y lo que se solicita.
- Desglose del problema en partes más pequeñas o manejables.
- Simplificación del problema o transformación en uno más fácil.
- Búsqueda de diferentes caminos o métodos de solución.
- Desarrollo paso a paso y organizado.
- Identificación del tipo de problema antes de elegir el método.
- Planificación previa de la estrategia a utilizar.
- Administración consciente del tiempo.
- Revisión constante del procedimiento.
- Corrección del error regresando al punto donde consideran que estaban en lo correcto.
- Comprobación final de la respuesta mediante lógica, coherencia y operaciones.

Habilidades matemáticas

- Razonamiento lógico y deductivo.
- Capacidad de análisis de situaciones matemáticas.
- Identificación de patrones y relaciones.
- Aplicación adecuada de fórmulas y teoremas.
- Uso de propiedades matemáticas para simplificar problemas.

- Reconocimiento de problemas similares previamente resueltos.
- Capacidad para verificar la coherencia de resultados.
- Flexibilidad en la elección de métodos.
- Pensamiento estratégico.
- Capacidad para evaluar la validez de una solución.

Actitudes

- Perseverancia ante la dificultad.
- Disposición a intentar varias veces.
- Interés genuino por aprender matemáticas.
- Gusto por los retos.
- Apertura a explorar nuevas estrategias.
- Autoconfianza en sus capacidades.
- Responsabilidad académica.
- Disciplina en el trabajo matemático.
- Búsqueda de superación personal.
- Motivación intrínseca (placer por las matemáticas) y extrínseca (reconocimiento, currículo, competencia).
- Curiosidad intelectual.

Comportamientos emocionales observables

- Tranquilidad y control al enfrentar problemas difíciles.
- Tolerancia a la frustración.
- Satisfacción al resolver problemas complejos.
- Entusiasmo por participar en competencias.
- Seguridad al verificar resultados.
- Orgullo por el desempeño propio y el reconocimiento.
- Interés sostenido durante la resolución.
- Motivación al sentirse desafiados.
- Disfrute del proceso matemático.

Comportamientos emocionales observables

- Tranquilidad y control al enfrentar problemas difíciles.
- Tolerancia a la frustración.
- Satisfacción al resolver problemas complejos.
- Entusiasmo por participar en competencias.
- Seguridad al verificar resultados.
- Orgullo por el desempeño propio y el reconocimiento.
- Interés sostenido durante la resolución.
- Motivación al sentirse desafiados.

Disfrute del proceso matemático. La estudiante y el estudiante olímpico de matemáticas son aquellos que enfrentan los problemas con calma, organización y pensamiento estratégico. Antes de comenzar a resolver, lee con atención el problema varias veces, se asegura de entender lo que se le pide y reconoce los datos importantes. No se lanza a resolver de inmediato, sino que piensa primero qué camino puede seguir.

Durante la resolución, suele dividir el problema en partes más pequeñas, intenta diferentes formas de solucionarlo y avanza paso a paso. Si se equivoca, no se frustra fácilmente, sino que regresa al punto donde ocurrió el error y continúa desde ahí. También revisa su procedimiento y comprueba si su respuesta tiene sentido, mostrando responsabilidad y cuidado en su trabajo.

En cuanto a su forma de ser, este estudiante es perseverante, disciplinado y constante. Le gustan los retos y disfruta resolver problemas difíciles. Tiene curiosidad por aprender cosas nuevas en matemáticas y siente satisfacción cuando logra resolver un ejercicio complejo. Puede estar motivado tanto por el gusto por la materia como por el deseo de destacar, competir o recibir reconocimiento. Emocionalmente, suele mostrarse tranquilo ante la dificultad, tolera bien la frustración y mantiene el interés aun cuando el problema es complicado. Confía en sus capacidades y ve los errores como parte del aprendizaje, no como un fracaso.

En el aula, este perfil se reconoce cuando el alumno:

- Lee con detenimiento antes de responder.
- Analiza los datos y pregunta si algo no queda claro.
- Propone más de una forma de resolver.
- Explica su procedimiento con lógica.

- Revisa su trabajo sin que se le pida.
- No se rinde ante tareas complejas.
- Se interesa por problemas más retadores.
- Disfruta participar en concursos o actividades matemáticas especiales.

Identificar este perfil permite al profesor:
- Diseñar actividades más desafiantes y significativas.
- Ofrecer retroalimentación más profunda.
- Proponer problemas abiertos y creativos.
- Fomentar su desarrollo como líder matemático.
- Aprovechar su perfil para apoyar a otros compañeros.

Instrumentos para identificar talento matemático en estudiantes olímpicos

Este documento presenta tres herramientas prácticas para docentes de primaria y secundaria que desean identificar, observar y acompañar a estudiantes con perfil olímpico en matemáticas.

Rúbrica de identificación del estudiante con perfil olímpico

Indicaciones: Marque el nivel que mejor describa el comportamiento del alumno observado.

Criterio	Bajo	Medio	Alto
Comprensión del problema	Lee superficialmente, no identifica correctamente lo que se pide.	Lee con atención y entiende parcialmente el problema.	Lee cuidadosamente, comprende plenamente y reformula con sus propias palabras.
Estrategia de resolución	Aplica procedimientos sin claridad.	Intenta una estrategia básica.	Planifica, prueba diversas estrategias y las justifica.
Análisis de datos	No distingue datos relevantes.	Identifica algunos datos importantes.	Analiza y utiliza eficazmente todos los datos.
Perseverancia	Abandona fácilmente.	Insiste con apoyo.	Persiste de forma autónoma ante la dificultad.
Verificación	No revisa su procedimiento.	Revisa parcialmente.	Verifica y justifica cada paso.
Creatividad matemática	Se limita a fórmulas básicas.	Aporta alguna solución alternativa.	Propone soluciones originales e ingeniosas.
Manejo del error	Se frustra y detiene el proceso.	Corrige con ayuda.	Detecta y corrige errores de forma autónoma.
Motivación	Muestra poco interés.	Interés variable.	Alto interés y disfrute por los retos.

Interpretación sugerida:

Alto: Perfil olímpico fuerte.
Medio-alto: Potencial olímpico.
Bajo: Requiere fortalecimiento

Guía para detectar talento matemático en el aula

Indicadores cognitivos:

- Comprende rápidamente problemas complejos.
- Propone múltiples formas de solución.

- Explica con claridad su razonamiento.
- Identifica patrones y relaciones.
- Usa estrategias propias.

Indicadores actitudinales:
- Disfruta resolver problemas difíciles.
- Busca retos adicionales.
- Pregunta por curiosidad matemática.
- Persevera sin rendirse.

Indicadores emocionales:
- Mantiene calma ante la dificultad.
- Tolera la frustración.
- Se muestra motivado en actividades matemáticas.
- Expresa satisfacción al lograr resultados.

Ficha de observación docente

Nombre del estudiante: _____
Grupo: _____ Fecha: _____

Comportamientos observados (marque con ✓):

□ Lee atentamente los problemas.
□ Analiza datos antes de resolver.
□ Propone más de una solución.
□ Revisa su procedimiento.
□ Corrige errores sin frustrarse.
□ Muestra interés por retos matemáticos.
□ Solicita problemas adicionales.
□ Explica su razonamiento con claridad.
□ Mantiene actitud positiva.
Nivel de desempeño observado:
□ Bajo □ Medio □ Alto

Comentarios del docente:

_____

Recomendaciones:

_____

Finalizamos este trabajo, dirigiéndonos especialmente a las y los docentes, quienes día a día tienen en sus manos la valiosa tarea de reconocer, acompañar y potenciar el talento matemático en sus aulas.

En este libro compartimos una caracterización profunda del desempeño y las actitudes de alumnas y alumnos sobresalientes en matemáticas, así como también una selección significativa de problemas de teoría de números, geometría y combinatoria, cuidadosamente resueltos por estudiantes olímpicos, con el propósito de visibilizar sus procesos de pensamiento, sus estrategias y la forma en que construyen soluciones.

Esperamos que las diversas investigaciones, incluidas las de autores reconocidos en el ámbito educativo, les permitieran comprender quiénes son estos estudiantes, cómo aprenden, cuáles son sus aptitudes y de qué manera se manifiesta su alto desempeño en contextos escolares reales. Confiamos en que este material funcione como una guía, una fuente de inspiración y una herramienta práctica que apoye su labor docente, fortaleciendo la identificación, orientación y desarrollo para AASM, quienes encuentran en las matemáticas no solo una asignatura, sino un espacio para pensar, crear y trascender.

Compartimos el siguiente material de entrenamiento para las Olimpiadas de Matemáticas, el cual contiene problemas no rutinarios resueltos que serán de gran utilidad para la preparación de alumnas y alumnos de primaria y secundaria en la resolución de problemas olímpicos. El material está disponible en https://tinyurl.com/matolm, o bien escaneando el siguiente código.

Referencias

Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas (ANPM). (2024). *Convocatoria Olimpiada Nacional de Matemáticas para Alumnos de Primaria y Secundaria* (ONMAPS). Recuperado de https://www.anpm.mx

Basurto, A. C. (2023). Procesos cognitivos y metacognitivos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Ingenio y Conciencia Boletín Científico de la Escuela Superior Ciudad Sahagún, 10*(20), 87-88.

Bell, S. (2010). Project-based learning for the 21st century: Skills for the future. *The Clearing House, 83*(2), 39–43. https://doi.org/10.1080/00098650903505415

Blumenfeld, P. C., Soloway, E., Marx, R. W., Krajcik, J. S., Guzdial, M., & Palincsar, A. (1991). Motivating project-based learning: Sustaining the doing, supporting the learning. *Educational Psychologist, 26*(3–4), 369–398.

Bruner, J. S. (1996). The Culture of Education. Harvard University Press.

Cantoral, R. (2000). Desarrollo del pensamiento matemático. Trillas.

Centro de Ciencias de Sinaloa (CCS). (2017*). Informe de actividades: Programa TalentoS.* Gobierno del Estado de Sinaloa.

Cuetos Revuelta, M. J. (2024). *Relación entre autoconcepto, autorregulación y rendimiento en matemáticas de futuros maestros en una universidad en línea.*

Duval, R. (1995). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* Universidad del Valle.

Estudios económicos y sociales. Tomo I

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education.* Falmer Press.

Freeman, J. (2010). *Gifted Lives: What Happens When Gifted Children Grow Up.* Routledge.

Gagné, F. (2004). Transforming gifts into talents: The DMGT as a developmental theory. *High Ability Studies, 15*(2), 119-147.

Gagné, Francois. (2010). *Modelo diferencial de superdotación y talento.* Ponenciapresentada en el Octavo Congreso de la Federación Iberoamericana del Consejo Mundial de Niños Superdotados y Talentosos, León, Guanajuato.

Gagné, F. (2015). From gifts to talents: The DMGT 2.0 framework. *Talent Development & Excellence*, *7*(1), 5–19.

Gobierno del Estado de Sinaloa. (2017). *Programa TalentoS: Formación científica para niñas, niños y jóvenes sinaloenses.* Secretaría de Innovación y Desarrollo Tecnológico.

González, M. D. L. L., Leal, D., Segovia, C., & Arancibia, V. (2012). Autoconcepto y talento: una relación que favorece el logro académico. *Psykhe (Santiago)*, *21*(1), 37-53.

Grimaldo Salazar, E. (2022). *" Programando-Ando": promoción del pensamiento creativo en niños con aptitud sobresaliente a través de las TIC.*

Harlen, W. (2010). *Principles and big ideas of science education.* Association for Science Education.

Hmelo-Silver, C. E. (2004). Problem-based learning: What and how do students learn? *Educational Psychology Review*, *16*(3), 235–266. https://doi.org/10.1023/B:EDPR.0000034022.16470.f3

Hoyles, C., & Noss, R. (1992). *Learning mathematics and logo.* Cambridge, MA: MIT Press.

Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Developing geometry thinking with dynamic mathematics software. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, *14*(1), 50–56.

Jaime, A., & Gutiérrez, A. (2021). La alta capacidad matemática: caracterización, identificación y desarrollo. *La Gaceta de la RSME*, *24*(3), 597-621.

Kanne, S. M., & Huber, D. H. (2011). Stanford–Binet Intelligence Scales and Revised Versions. En J. S. Kreutzer, J. DeLuca & B. Caplan (Eds.), *Encyclopedia of Clinical Neuropsychology* (pp. 2373-2378). Springer.

Kolodner, J. L., Camp, P. J., Crismond, D., Fasse, B., Gray, J., Holbrook, J., Puntambekar, S., & Ryan, M. (2003). Problem-based learning meets case-based reasoning in the middle-school science classroom: Putting learning by design™ into practice. *Journal of the Learning Sciences*, *12*(4), 495–547. https://doi.org/10.1207/S15327809JLS1204_2

Krutetskiĭ, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren.* (No Title).

Lahoz i Ubach, S. (2021). Clima Escolar, Autoconcepto académico y Calidad de Vida en alumnos/as de aulas culturalmente diversas. *Estudios pedagógicos (Valdivia), 47*(1), 7-25.

Larmer, J., Mergendoller, J. R., & Boss, S. (2015). S*etting the standard for project-based learning.* ASCD.

Lakatos, I. (1978). *Pruebas y refutaciones: La lógica del descubrimiento matemático* (J. Worrall & E. G. Zahar, Eds.; T. E. Merchant, Trad.). Editorial Paidós. (Trabajo original publicado en 1976).

Leikin, R., & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference? *ZDM Mathematics Education, 45*(2), 183–197. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0460-8

Mancera, E. (2015). Educación de alumnos con aptitudes sobresalientes en México: avances y retos. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 20*(67), 1121–1145.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically* (2nd ed.). Pearson Education.

Mönks, F. J. (1992). *Development of gifted children: The issue of identification and programming.* Talent for the future, 191-202.

Mönks, F. J., & Katzko, M. W. (2005). Giftedness and gifted education. *Conceptions of giftedness, 2*, 187-200.

National Research Council (NRC). (2012). *A framework for K-12 science education: Practices, crosscutting concepts, and core ideas.* The National Academies Press.

Olán, S. L., & Medina, D. E. M. (2024). *Propiedades psicométricas de un modelo de medida para el autoconcepto matemático y el apoyo docente en STEM.* Dilemas contemporáneos: Educación, Política y Valores.

Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas.* Basic Books.

Perales, R. G. (2017). Desempeño docente para la identificación de los más competentes para la matemática. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 21*(2), 271-278.

Pfeiffer, S. I. (2013). Serving the gifted: Evidence-based clinical and psychoeducational practice. Routledge.

Pizarro, P. C. (2019). Barreras para el aprendizaje y la participación: una propuesta para su clasificación. JA Trujillo Holguín, AC Ríos Castillo y JL García Leos (coords.), *Desarrollo profesional docente: reflexiones de maestros en servicio en el escenario de la Nueva Escuela Mexicana*, *5*(33), 133-155.

Polya, G. (2004). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method (Princeton Science Library).* Princeton University Press. (Trabajo original publicado en 1945).

Renzulli, J. S. (2005). The Three-Ring Conception of Giftedness: A Developmental Model for Promoting Creative Productivity. In R. J. Sternberg & J. Davidson (Eds.), *Conceptions of Giftedness* (2nd ed., pp. 246–279). Cambridge University Press.

Renzulli, J. S., & Reis, S. M. (2014). *Revisiting the Schoolwide Enrichment Model: A Comprehensive Plan for Educational Excellence.* Creative Learning Press.

Renzulli, J. S. (2016). The three-ring conception of giftedness: A developmental model for promoting creative productivity. En S. M. Reis (Ed.), *Reflections on gifted education* (pp. 55-86). Waco, TX: Prufrock Press.

Resnick, M. (2017). *Lifelong Kindergarten: Cultivating Creativity through Projects, Passion, Peers, and Play.* MIT Press.

Rogers, C. (2011). *El proceso de convertirse en persona.* Espasa Libro S.L.U.: Editorial Paidós. https://books.google.co.ve/books?id=8Mh0AgAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=true

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving.* Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1987). Pólya, problem solving, and education. *Mathematics magazine*, *60*(5), 283-291.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334–370). Macmillan.

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. *Journal of Education*, *196*(2), 1–38.

Secretaría de Educación Pública. (2006). *Propuesta de intervención: Atención educativa a alumnos y alumnas con aptitudes sobresalientes.* Recuperado de https://educacionespecial.sep.gob.mx/storage/2YFEsG-db8J-AS_Atencion-educativao-estudiantes-Version-Revisada.pdf

Secretaría de Educación Pública (2018). *Estrategia de equidad e inclusión en la educación básica.* Recuperado de https://educacionespecial.sep.gob.mx/storage/recursos/2023/05/SxBDo7zY3u-1Informe-final_equidad-e-inclusion.pdf

Secretaría de Educación Pública. (2022a). *Atención educativa a estudiantes con aptitudes sobresalientes: preescolar, primaria y secundaria.* Recuperado de https://www.educacionbc.edu.mx/wordpress/wp-content/uploads/2022/08/guiadeatencioneducativa.pdf

Secretaría de Educación Pública. (2022b). *Avance del contenido del Programa sintético de la Fase 3, 4, 5 y 6.* Recuperado de https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2022/12/Avance-Programa-Sintetico-Fase-3.pdf

Secretaría de Educación Pública. (2022c). *Metodología del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP).* Recuperado de https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2022/06/Metodologia-ABP-Final.pdf

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2022d). *Planes y programas de estudio de la educación básica: Marco curricular 2022.* SEP.

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2022e). *Programas sintéticos de estudio de la educación básica: Marco curricular 2022.* SEP.

Sarason, S. B. (1990). *The Predictable Failure of Educational Reform: Can We Change Course before It's Too Late? The Jossey-Bass Education Series and the Jossey-Bass Social and Behavioral Science Series*. Jossey-Bass, Inc., Publishers, PO Box 44305, San Francisco, CA 94144-4305.

Sfard, A. (1991). "On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin." *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 1–36.

Sierra, M. D. L. D. V., Morejón, J. B., & Berbena, M. A. Z. (2006). *Alumnos superdotados y talentosos: identificación, evaluación e intervención. Una perspectiva para docentes.* Editorial el manual moderno.

Sociedad Matemática Mexicana (SMM). (2024). *Olimpiada Mexicana de Matemáticas (OMM).* Recuperado de https://www.ommenlinea.org

Soto, B. I. C., Ramírez, F. Z., & Tomasini, G. A. (2014). ¿Quiénes son los alumnos con aptitud sobresaliente? Análisis de diversas variables para su identificación. *Revista Electrónica" Actualidades Investigativas en Educación", 14*(2), 1-32.

Soto, B., Ramírez, F., & Tomasini, G. (2014). *Educación de alumnos con aptitudes sobresalientes: Estrategias para su identificación y atención.* SEP / DGESPE.

Sternberg, R. J. (1985). *Beyond IQ: A Triarchic Theory of Intelligence.* Cambridge University Press.

Sternberg, R. J. (2005). The theory of successful intelligence. *Interamerican Journal of Psychology, 39*(2), 189–202.

Suárez, Z. M. (2021). 11.-Concepción del talento desde una visión integradora. *Revista EDUCARE-UPEL-IPB-Segunda Nueva Etapa 2.0, 25*(3), 231-256.

Subotnik, R. F., Olszewski-Kubilius, P., & Worrell, F. C. (2011). Rethinking giftedness and gifted education: A proposed direction forward based on psychological science. *Psychological Science in the Public Interest, 12*(1), 3–54.

Tannenbaum, A. J. (1983). *Gifted children: Psychological and educational perspectives.* Macmillan.

Tannenbaum, A. (1997). *The Meaning and Making of Giftedness.* En N. Colangelo y A. Davis (Eds), Handbook of Gifted Education. Allyn and Bacon.

Thomas, J. W. (2000). *A review of research on project-based learning.* The Autodesk Foundation. https://www.asec.purdue.edu/lct/HBCU/documents/AReviewofResearchofProjectBasedLearning.pdf

Vargas-Montoya, L. A., Giménez, G., & Tkacheva, L. (2023). *Only gifted students benefit from ICT use at school in mathematics learning.* Education and Information Technologies. https://doi.org/10.1007/s10639-023-12136-2

Veas, A., Castejón, J. L., Miñano, P., & Gilar-Corbí, R. (2019). Actitudes en la adolescencia inicial y rendimiento académico: el rol mediacional del autoconcepto académico. *Revista de Psicodidáctica, 24*(1), 71-77.

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, *49*(3), 33–35. https://doi.org/10.1145/1118178.1118215

Yıldız, M. Ş., & Yaman, Y. (2024). Math Education for Gifted Individuals: Digital Gamification. *Journal of Learning and Teaching in Digital Age*, *9*(1), 40-49. https://doi.org/10.53850/joltida.1255991

Más allá de calcular. El pensamiento matemático de alumnas y alumnos sobresalientes. Características y testimonios de estudiantes sobresalientes en matemáticas.
Se terminó de imprimir en diciembre de 2025
en los talleres de Astra Ediciones
Av. Acueducto No. 829
Colonia Santa Margarita, C. P. 45140
Zapopan, Jalisco, México.
33 38 34 82 36
E-mail: edicion@astraeditorial.com.mx
www.astraeditorialshop.com
Impresión digital con interiores en papel bond de 75 g.
El tiraje consta de 300 ejemplares

Esta obra, que presenta las características de las alumnas y los alumnos sobresalientes en matemáticas, sus testimonios y problemas olímpicos resueltos, así como las opiniones de profesores sobre las actitudes y el desempeño de este tipo de estudiantes, será de gran utilidad para el profesorado de educación básica en la mejora de la calidad de la enseñanza de las matemáticas en Sinaloa. Todo ello en consonancia con lo que señala la Academia Mexicana de Ciencias: que las matemáticas sean para la ciencia lo que la ciencia es para la tecnología.

ISBN: 979-13-88142-22-2

Consulta y descarga

astra editorial