Capítulo 9

Secuencia didáctica para la función lineal y sus diferentes registros de representación semiótica en secundaria

María del Refugio Hernández Fernández[25]
Nancy Janeth Calvillo Guevara[26]
Mónica del Rocío Torres Ibarra[27]

https://doi.org/10.61728/AE24003377

[25] Universidad Autónoma de Zacatecas, correo: madelhdz44@gmail.com
[26] Universidad Autónoma de Zacatecas, correo: ncalvillo@uaz.edu.mx
[27] Universidad Autónoma de Zacatecas, correo: mtorres@uaz.edu.mx

Introducción

La función lineal es un contenido para el primer grado de secundaria, incluido en el eje temático: Número, álgebra y variación, específicamente en el tema: Funciones. Se decide trabajar con este objeto matemático porque se considera que es uno de los temas en donde los estudiantes presentan menor comprensión. Además, es la base para el estudio del cálculo.

De acuerdo con el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes 2017 para estudiantes de tercer grado de secundaria, se obtiene que "a escala nacional, en Matemáticas la puntuación promedio de los alumnos de secundaria fue de 497 puntos en 2017" (Instituto Nacional de Evaluación Educativa [INEE], 2019, p. 103). Este puntaje se ubica en el nivel de logro I (el más bajo), de cinco posibles. Según este estudio, en Matemáticas, aproximadamente 6 de cada 10 estudiantes se ubicaron en el nivel I (65 %), 2 de cada 10 estudiantes se ubicaron en el nivel II (22 %), 9 de cada 100 en el nivel III (9 %); y solo 5 de cada 100 en el nivel IV (5 %).

En particular, el aprendizaje de la función lineal se ubica en el nivel III de logro, con un 9 % de alcance en los estudiantes, de ahí que consideró importante mejorar la calidad de su enseñanza, mediante el diseño de situaciones que coadyuven a la comprensión, para subir en los estándares de evaluaciones nacionales que reflejan el aprendizaje básico que se necesita.

En este mismo sentido, el estudio de las matemáticas ha resultado ser un proceso complicado para gran cantidad de estudiantes, principalmente por abordar contenidos abstractos. Este hecho se incrementa cuando hay de por medio una enseñanza tradicional, que según Moreano et al. (2008) se caracteriza por estar centrada en hechos, contenidos y conocimientos, los cuales el profesorado transmite a sus estudiantes esperando que estos adopten su forma de pensar al modelo que les es enseñado sin discusión ni crítica.

Se sabe que algunas y algunos estudiantes de diferentes niveles educativos tienen dificultades con el manejo del concepto de función lineal,

ya que la manera tradicional de abordar este concepto en las clases es mediante la exposición del docente, quien con base en la manipulación de la expresión $y = mx + b$, que representa a una determinada línea recta, elabora una tabla de valores para luego trazar la gráfica. Actualmente, estas estrategias de enseñanza utilizadas, especialmente en el contenido de función lineal, son insuficientes para lograr una comprensión adecuada. Con relación a esto, López y Sosa (2008) mencionan lo siguiente:

> La forma en que usualmente se suele transmitir el concepto en la escuela deja de lado el proceso de constitución del concepto función; las experiencias de aprendizaje en las aulas no favorecen apreciar la naturaleza y funcionalidad del concepto para entender, modelar y explicar fenómenos de carácter variacional, provocando dificultades de aprendizaje y concepciones erróneas en los estudiantes. (p. 309)

En este sentido, Ruiz Higueras (1993, como se citó en Rey et al., 2009) expresa:

> Nuestros alumnos de secundaria manifiestan en general una concepción de la noción de función como un procedimiento algorítmico de cálculo. Podemos decir que sus definiciones no determinan el objeto función, sino las relaciones que han mantenido con él. Tanto se ha descompuesto el objeto función en segmentos para su enseñanza que el alumno no logra unificarlos dándoles una significación global. El alumno ha visto muchos objetos allí donde solo debía existir uno. (p. 154)

Así, se requiere que las y los estudiantes comprendan el tema función lineal utilizando diferentes registros de representación, ya que en varios trabajos e investigaciones en didáctica se ha evidenciado la importancia que tienen las representaciones y los cambios de un registro de representación semiótico a otro, en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas (Ospina, 2012; Castro, Díaz y Céspedes, 2011; Gora y Francy, 2017; Cabral, 2016; de Ávila, 2013; Cano, 2012; D'Amore, 2011).

Generalmente en el entorno escolar el concepto de función, de acuerdo con Vasco (1999, como se citó en Ospina, 2012) se concibe a la función lineal como un producto acabado que requiere ser memorizado, por tanto, el problema de esta investigación gira en torno a la comprensión del

concepto función lineal a través de diseño de una secuencia didáctica que promueva conversiones y tratamiento de diferentes registros de representación.

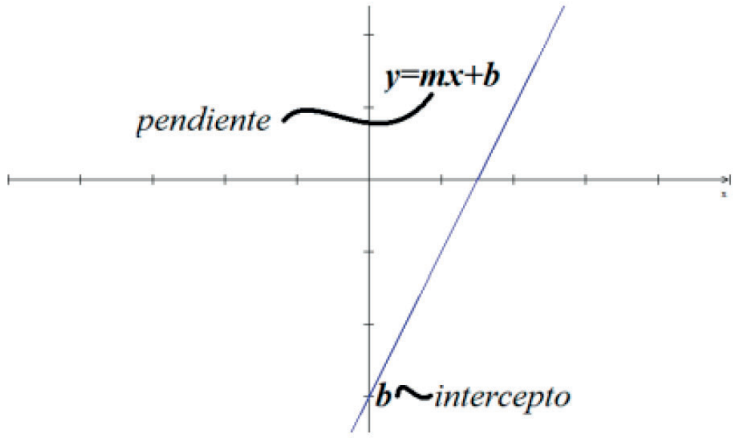
Por lo que el objetivo de este proyecto es diseñar una secuencia didáctica que promueva la conversión y tratamiento de registros de representaciones semióticos para favorecer la comprensión del concepto de función lineal en el nivel secundaria.

Aproximación teórica

En este apartado se abordan conceptos relacionados con la función lineal, la teoría de registros de representación semiótica y lo que se entiende por comprensión. A continuación se presenta lo que se entiende por función lineal (Figura 1).

> Una función lineal tiene la expresión analítica $y = f(x) = mx + b$, donde m y b son números reales y $m \neq 0$, m es la pendiente o razón de cambio de y con respecto a x y, b es la intersección de la gráfica con el eje vertical. (Roldán, 2013, p. 38)

Figura 1
Función lineal. Pendiente e intersección en el eje de las ordenadas



Fuente: elaboración propia.

Por otro lado, las representaciones semióticas para el aprendizaje de las Matemáticas son importantes, principalmente por dos razones: "la primera tiene que ver con las propias Matemáticas, en las que las representaciones son algo inherente a ellas, y la otra es de tipo psicológico, ya que las representaciones mejoran notablemente la comprensión en los alumnos" (Vega, 1985 citado en Socas, 2011, p. 17).

En este sentido, el espacio adecuado para trabajar las representaciones es en el aprendizaje de las Matemáticas, pues según Duval (2004) es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender matemática conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión.

Para Font (2001), el objeto matemático función posee cuatro registros de representación semiótica: expresión verbal, tabla, gráfica y expresión analítica. Al respecto, señala lo siguiente:

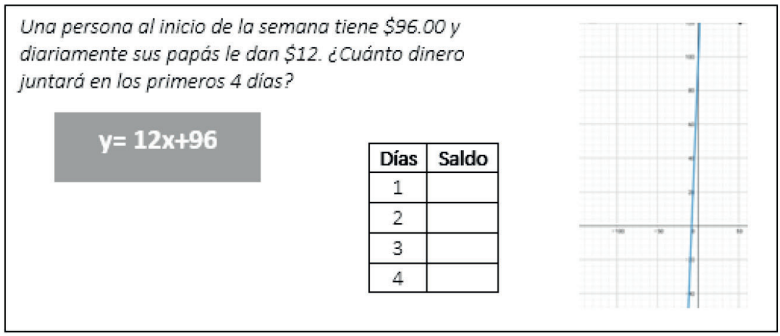
> La representación verbal se relaciona con la capacidad lingüística de las personas, y es básica para interpretar y relacionar las otras tres; la representación en forma de tabla se relaciona con el pensamiento numérico; la representación gráfica se conecta con las potencialidades conceptualizadoras de la visualización y se relaciona con la Geometría y la Topología; mientras que la expresión analítica se conecta con la capacidad simbólica y se relaciona principalmente con el Álgebra. (p. 182)

Duval (1998) postula que para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación debe permitir las tres actividades cognoscitivas fundamentales ligadas a la semiosis, entendida esta como la construcción de una representación: formación de una representación, tratamiento de la representación y conversión de la representación.

Un ejemplo de la formación de una representación en la función lineal es su representación algebraica $y = mx + b$. El tratamiento al interior del registro algebraico en la función lineal, es reconocer que la expresión algebraica $y = mx + b$ también puede verse como $y = mx$, en los casos que b sea igual a 0. Y una conversión sería proponer diversos valores para la variable x, con los que consecuentemente se obtendrá su tabla y su gráfica (Ver Figura 2).

Figura 2

Registros de representación semiótica verbal, tabular, gráfica y expresión analítica para la función lineal en secundaria



Fuente: elaboración propia.

Se debe recalcar que la última de estas tres actividades, la conversión, según Duval (1998), tiene un carácter fundamental para la noésis y para la comprensión, así como también, que en una fase de aprendizaje juega un papel esencial en la conceptualización. Es por ello que, en Matemáticas, no ocurre la adquisición conceptual de un objeto matemático si este no pasa necesariamente a través de dos o más representaciones semióticas. Por ejemplo, el concepto de función lineal, al ser un ente abstracto, requiere de sus diversas representaciones semióticas para facilitar su comprensión: verbal, tabular, gráfica y algebraica.

Puesto que este trabajo va encaminado a generar comprensión del concepto función lineal, es importante conocer qué significa esta noción. De acuerdo con Hitt (1996) comprender un concepto implica una articulación coherente de las diferentes representaciones que intervienen durante la resolución de problemas, es decir, un concepto matemático visto en sus diferentes representaciones proporcionará información específica, dando solidez al concepto mismo.

De igual forma, se retoma la postura de Duval (1998), ya que complementa esta definición, estableciendo que, dado que cada representación es parcial con respecto al concepto que representa, debemos considerar como absolutamente necesaria la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático para su formación, la comprensión de un

contenido conceptual reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación.

Metodología

Este proyecto es de corte cualitativo, pues su propósito es examinar la forma en que los individuos perciben y experimentan los fenómenos que los rodean, profundizando en sus puntos de vista, interpretaciones y significados (Hernández, Fernández y Baptista, 1997) y se sustenta en la Teoría de registros de representaciones semióticas de Raymond Duval. Se eligió este método puesto que la secuencia didáctica se fundamenta en la literatura, pero también en la experiencia y juicio del docente, así como también brinda la oportunidad de valorar procesos y reflexionar en torno a ello.

Para cumplir con los objetivos, el tipo de investigación que se emplea es experimental y el alcance de este trabajo es descriptivo (Hernández et al., 2014). Con el diseño de la secuencia didáctica y su aplicación, se busca describir la comprensión que alcanzan las y los estudiantes con respecto al tema de función lineal.

De esta investigación, se recopilarán los datos en un momento único, con la finalidad de describir variables y analizar su incidencia (Hernández et al., 2014). Ante esto, se trata de un diseño transversal, ya que se evaluará la comprensión alcanzada tras aplicar la secuencia didáctica.

Los instrumentos para recoger la información son: hojas de trabajo, entrevistas, grabaciones, notas de campo y fotografías.

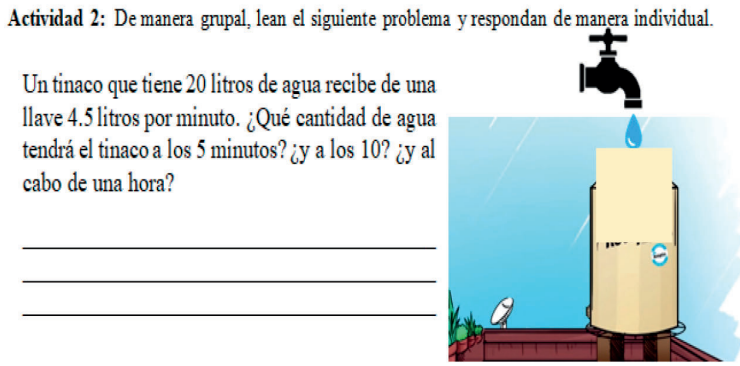
La experimentación se realiza en la Escuela Secundaria General "Salvador Vidal", la cual se encuentra ubicada en la Ciudad de Zacatecas, en un contexto con poca marginación y superpoblado.

Desarrollo

La aplicación de la secuencia didáctica se lleva a cabo con la mitad del grupo de primero "F" de la escuela antes citada; este consta de 18 estudiantes. Para cada una de las cuatro sesiones que integran la secuencia didáctica, se realiza un análisis, considerando para su orden los tres tipos de actividades, según Díaz (2013): apertura, desarrollo y cierre. En esta oportunidad presentamos los resultados de la sesión 2.

La intención didáctica de esta sesión es que las y los estudiantes realicen conversiones del registro verbal al tabular, gráfico y algebraico, y a su vez, realizar tratamientos de estos últimos registros. Para ello, se propuso la resolución de un problema sobre el llenado de agua de un tinaco que incluye preguntas para ir guiando al estudiante por los registros de representación (Figura 3).

Figura 3
Actividad sesión 2. Problema del tinaco



Fuente: elaboración propia.

Dado que con cada conversión se obtiene un nuevo registro, es importante que se vaya dando tratamiento a estos de manera paulatina, de tal manera que el estudiante vaya adquiriendo conocimientos, que, a su vez, le permitan seguir aprendiendo.

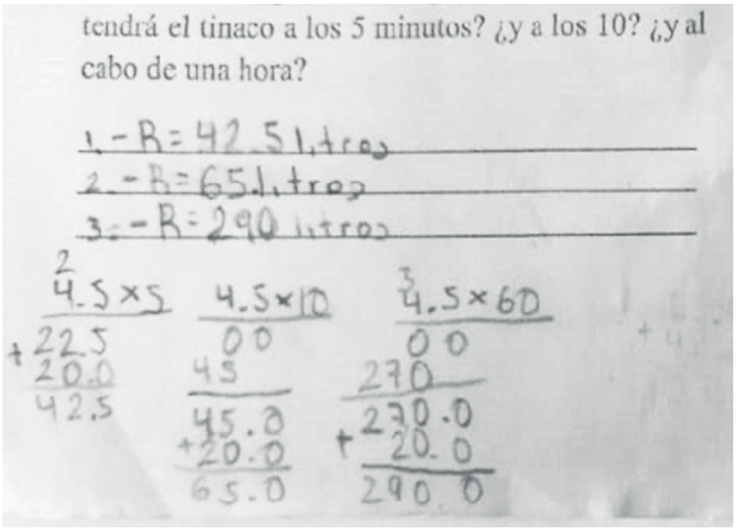
En las actividades de apertura se presenta el problema y las y los estudiantes responden las cuestiones de manera individual en las hojas de trabajo. En las actividades de desarrollo se realizan conversiones del registro verbal al tabular y tratamientos en el registro tabular. En las actividades de cierre se propone a los estudiantes una variación del problema del tinaco cambiando algunos datos como la cantidad de agua recibida por minuto y la cantidad de agua contenida en el tinaco antes de abrir la llave, logrando así, la conversión del registro verbal al algebraico y posteriormente al tabular y gráfico.

Resultados

Las actividades de apertura se desarrollaron de manera adecuada, las y los jóvenes leyeron el problema y dieron sus interpretaciones, la profesora propuso una puesta en común, de ahí identifica dos estrategias:

a. Consideran que como a cada minuto la llave está proporcionando 4.5 litros al tinaco, 12 estudiantes multiplican 4.5 por los minutos que les plantea el problema, es decir, por 5, 10 y 60 minutos. Algunos de estos, a pesar de seguir el mismo procedimiento cometieron errores en la ubicación del punto decimal o en el uso de las tablas de multiplicar (ver Figura 4).
b. Después de multiplicar los 4.5 litros por los minutos, 3 estudiantes agregaban a esta cantidad los 20 litros que ya tenía el tinaco antes de que la llave se abriera. Los 3 alumnos restantes no contestaron el problema porque no le entendieron.

Figura 4
Respuestas. Problema del tinaco



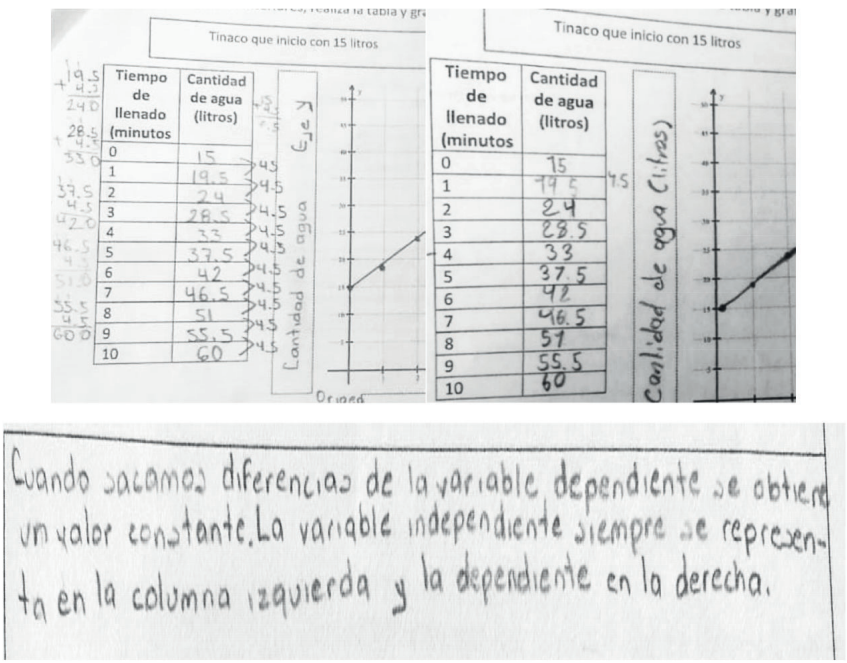
Fuente: hojas de trabajo.

En las actividades de desarrollo, el primer tratamiento a realizar fue en el registro tabular, se deseaba que las y los estudiantes lograran transformar este registro como la relación entre dos variables, donde una se representa con x y la otra con y, cuya relación se va dando de manera lineal. Así como también que, para cada valor de x, solo hay un único valor en y.

Es importante mencionar que en todos los tratamientos que se van realizando en el registro tabular, los estudiantes los van anotando en una hoja de trabajo, la cual consiste en que los estudiantes vayan añadiendo características a cada uno de los registros, para que posteriormente los utilicen para completar nuevas actividades (véase Figura 5).

Figura 5

Tratamientos en Registro Tabular y apuntes sobre sus características



Fuente: hojas de trabajo.

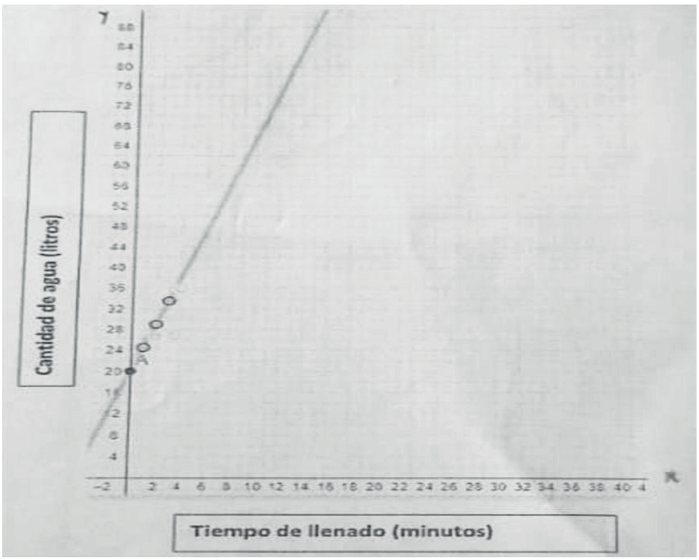
La maestra retoma el registro gráfico y lleva a las y los estudiantes a la ejecución de algunos tratamientos: ubicación de la variable dependiente e independiente en cada uno de los ejes, ubicación de puntos en el plano cartesiano e interpretación del porqué se obtiene una recta (ver Figura 6).

Después de trabajar con el registro gráfico, con la pregunta 4 se propone la conversión del registro verbal al algebraico, en esta se solicita elegir de las cuatro opciones que se presentan, la expresión algebraica que permita obtener la cantidad de litros que tendrá el tinaco en cualquier lapso de tiempo.

La maestra pregunta a varios estudiantes la expresión algebraica que han elegido, siendo estas: $y = x + 20$, $y = 20x$ y $y = 4.5x + 20$. Con la finalidad de encontrar la respuesta correcta, con ayuda de los estudiantes la maestra realiza en el pizarrón las comprobaciones con las tres expresiones elegidas por el grupo, mostrando así que la función correcta era $y = 4.5x + 20$. (Ver Figura 7).

Figura 6.

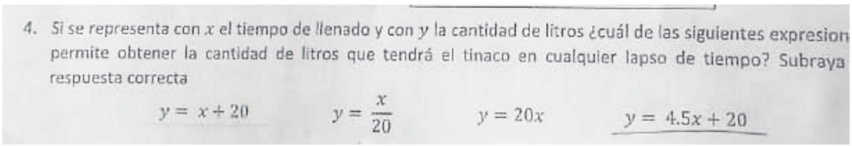
Ejemplo de Conversión del Registro Verbal al Gráfico



Fuente: hojas de trabajo.

Figura 7

Ejemplo de Conversión del Registro Verbal al Algebraico



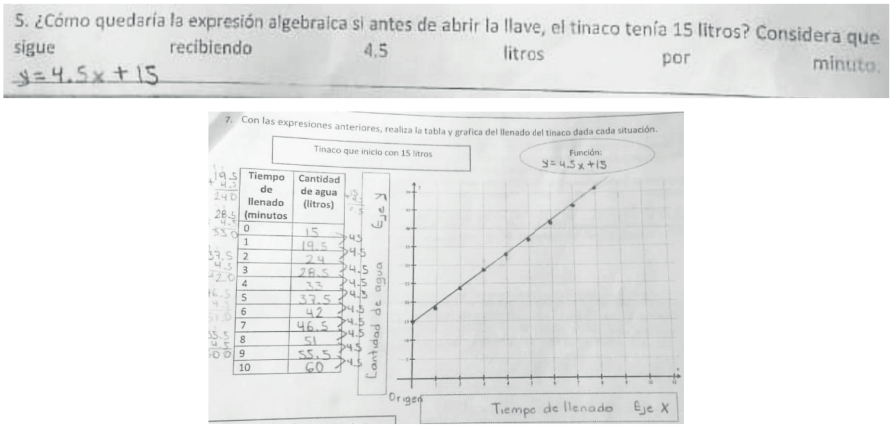
Fuente: hojas de trabajo.

En cuanto a las actividades de cierre, se propuso al estudiantado una variación del problema del tinaco cambiando algunos datos: como la cantidad de agua recibida por minuto y la cantidad de agua contenida en el tinaco antes de abrir la llave, logrando así, la conversión del registro verbal al algebraico y posteriormente al tabular y gráfico (Ver Figura 8).

A partir de los resultados obtenidos, se encuentra dificultad en la conversión del registro verbal al gráfico, lo cual es entendible ya que el registro tabular permite visualizar mejor la información retomada del problema. Sin embargo, surge la necesidad de hacer más énfasis en esta conversión brindando a los estudiantes elementos que les permitan realizar esta conversión de una manera fácil.

Figura 8

Ejemplo de conversiones



Fuente: hojas de trabajo.

Conclusiones

Con respecto al objetivo general, podemos decir que en esta sesión, en efecto, se promovió la conversión y se dio tratamiento de registros de representaciones semióticos para favorecer la comprensión del concepto de función lineal en el nivel secundaria.

En particular, las y los estudiantes realizaron conversiones del registro verbal al tabular, del verbal al gráfico y del verbal al algebraico y a su vez, realizaron tratamientos de estos últimos registros. De este análisis consideramos pertinente sugerir que en futuras propuestas, se trabaje primero la conversión del registro verbal al gráfico, pues en esta secuencia didáctica, se hizo notorio que al tener el registro tabular, la mayoría del estudiantado ya no contempló el registro verbal para realizar la conversión al registro gráfico.

Además se reconoce que la propuesta propició una experiencia de aprendizaje en la que las y los estudiantes entendieron el fenómeno, previo al concepto, esto a través de utilizar diferentes registros de representación, para intentar modificar lo encontrado por López y Sosa (2008) y para fortalecer la postura sobre la importancia de las representaciones y los cambios de un registro de representación semiótico a otro, en el estudio de la función lineal.

Referencias

Cabral, A. (2016). *Análisis de gráficas de funciones lineales en nivel básico mediante el uso del software C-ÍMAZ*. [Tesis de maestría no publicada, Universidad Autónoma de Zacatecas]. .

Cano, J. M. (2012). *La definición del concepto de función bajo el enfoque de la Enseñanza para la Comprensión en estudiantes de Grado 11 de una institución educativa oficial de Medellín.* [Tesis de maestría no publicada, Universidad de Antioquia]. Repositorio institucional UA. http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/7497/1/JhonyCano_2012_concepto-funcion.pdf

Castro, C. C., Díaz, L. & Céspedes, Y. (2011). Análisis del concepto función, para la construcción de una propuesta de enseñanza. *XIII Conferencia Interamerica de educación matemática.*

D'Amore, B. (2011). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Revista científica*, (11), 150-154.

De Ávila, J. (2013). *Secuencia Didáctica de la Función Cuadrática y sus Diferentes Representaciones, Mediante Geogebra, Aplicada en Bachillerato* [Tesis de maestria no publicada, Universidad Autónoma de Zacatecas].

Díaz, A. (2013). Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas? Profesorado. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, *17*(3), 11-33.

Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* Universidad del Valle. Grupo de Educación Matemática.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed). *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp. 173 – 201). Grupo Editorial Iberoamérica.

Font, V. (2001). Expresiones simbólicas a partir de las gráficas. El caso de la parábola. *Revista de innovación en educación matemática (EMA)*, *6*(2), 180-200.

Gora, C. & Francy, A. (2017). F*unción lineal: una aproximación por medio de los registros de representaciones semióticas con estudiantes de nivel secundario* [Tesis de doctorado no publicada, Pontificia Universidad Católica del Perú].

Hernández, S., Fernández, R., & Baptista, P. (1997). *Metodología de la investigación.* Mc Graw Hill.

Hitt, F. (1996). *Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemólogicos y didácticos.* Grupo Editorial Iberoamerica.

Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2019). I*nforme de resultados PLANEA 2017. El aprendizaje de los alumnos de tercero de secundaria en México. Lenguaje y Comunicación y Matemáticas.*

López, J. & Sosa, L. (2008). *Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato.* En P. Lestón (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 21, pp. 208-318 Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Moreano, G., Asmad, U., Cruz, G. & Cuglievan, G. (2008). Concepciones sobre la enseñanza de matemática en docentes de primariade escuelas estatales. *Revista de psicología*, *26*(2), 299-334.

Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función lineal.* [Tesis de maestría no publicada, Universidad Autónoma de Manizales].

Rey, G., Boubée, C., Sastre, P. & Cañibano, A. (2009). Ideas para enseñar. Aportes didácticos para abordar el concepto de función. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, (20), 153-162. http://funes.uniandes.edu.co/15174/1/Rey2009Aportes.pdf

Roldán, E. O. (2013). *El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica.* [Tesis de Magister no publicada, Universidad Nacional de Colombia].

Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. *Números*, (77), 5-34.