Capítulo 7

# Métodos para la resolución de problemas matemáticos

*Bellanith Aguilar Vásquez*
*Nelson Enrique Barrios Jara*

https://doi.org/10.61728/AE24001908

## Resumen

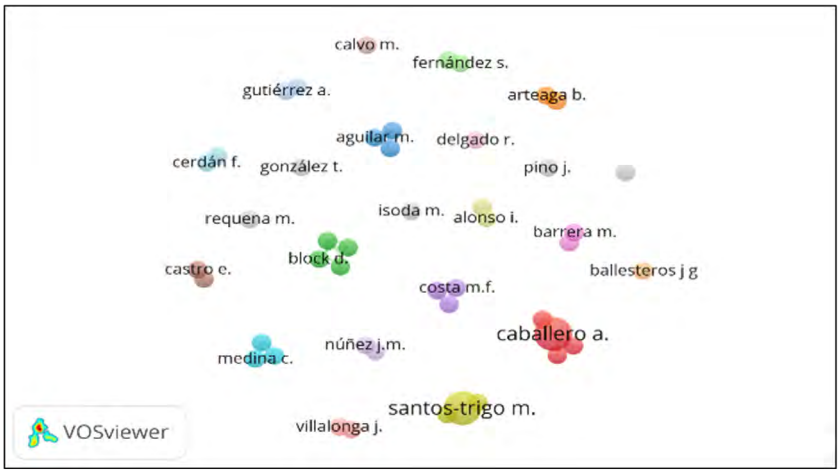
La resolución de problemas como proceso fundamental de la enseñanza de las matemáticas es el pilar del propósito de este estudio, el cual, atiende a la búsqueda documental de algunos métodos para resolver problemas en dicha área. Se hace uso del software VOS viewer, el motor bibliométrico Scopus bajo la ecuación booleana: *problem solving and mathematics* y se determinan las características de cinco métodos y sus principales representantes. El resultado se refleja al cotejar los puntos de convergencia y diferencias en el abordaje de un problema, a través de un cuadro comparativo de los métodos: Piaget, Polya, Heurístico, Vygotsky y Singapur, llegando a la conclusión de adquirir habilidades matemáticas basados en teorías que fundamentan los procesos de pensamiento y su influencia en el contexto para el crecimiento del proceso metacognitivo.


## Introducción

A partir de los resultados que han arrojado pruebas estandarizadas de tipo nacional e internacional, como el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) o el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) que según la OECD (2018) el rendimiento en el área de matemáticas ha estado entre los más bajos en Colombia, se identifica la necesidad de enseñar a resolver problemas y que, a partir de métodos, se logre la competencia en esta área.

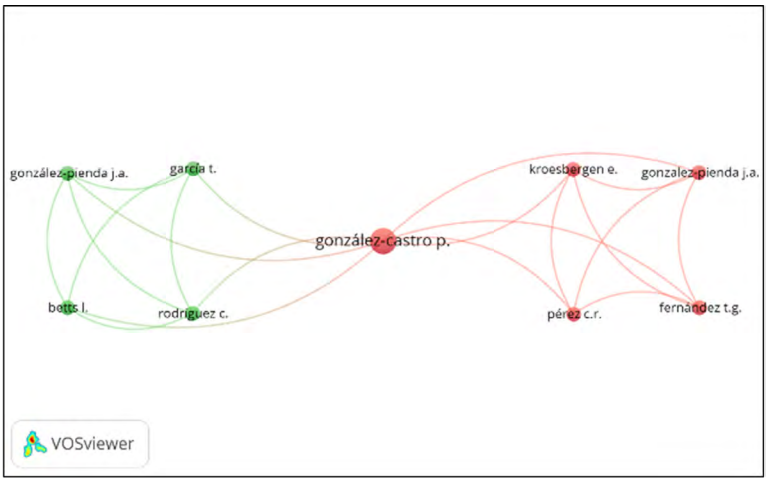
Metodológicamente obedece a técnica documental reconociendo los diferentes métodos que han surgido a través de la historia para la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. En ese orden, se utilizó como herramienta el motor bibliométrico Scopus (Suarez, et al., 2024) y el software VOSviewer (Zhang et al., 2024), el cual, generó los siguientes mapas de autores en el periodo comprendido entre 2018 y 2023 (ver figura 1 y figura 2). Se analizaron alrededor de veinte documentos, donde se excluyeron algunos que no profundizaron en el método de resolución de problemas o repetía información que ya había mencionado otro autor.

*Figura 1*
Mapa 1 de autores




Tomado del Software Vosviewer (2022)

Figura 2
*Mapa 2 de autores*




Tomado del Software Vosviewer (2022)

Los métodos presentados aquí, han sido base de otros estudios que han permitido analizar sus características y propiedades dentro de un sistema educativo, pero también social, en la formación de seres integrales capaces de resolver problemas matemáticos haciendo uso de diferentes estrategias para abordarlos y así utilizarlos para la vida diaria.

El documento se organiza en cuatro partes que se desarrollan de manera secuencial para la búsqueda documental en lo que respecta a los métodos para resolver problemas matemáticos.

La primera sección inicia con la definición de resolución de problemas, según diferentes autores que plantean esta concepción como parte fundamental de su estudio y sus aportes en la ciencia de la educación matemática.

En la segunda sección se presentan cinco métodos para resolver problemas matemáticos, que han aportado significativamente a diversos estudios sobre el mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas.

En la tercera sección se realiza la configuración de un cuadro comparativo con los cinco métodos de la sección anterior, con el nombre del método, sus principales representantes y los pasos de cómo abordan el problema en cada uno de ellos.

En la cuarta sección se analiza el uso de estos métodos con sus respectivas relaciones con el proceso de la resolución de problemas en el pensamiento matemático.

## Resolución de problemas

La resolución de problemas hace parte de los procesos generales de la actividad matemática y lo ideal, es que este, sea el eje central del currículo de las matemáticas, y que se coloquen en evidencia factores como: el dominio del conocimiento, estrategias cognitivas y metacognitivas, hasta el sistema de creencias para determinar la manera como la persona se aproxima al problema.

Farais y Beltrán (2021), mencionan la importancia del aprendizaje autónomo para la resolución de problemas, aspecto que favorece una experiencia formativa y metacognitiva. La resolución de problemas se convierte en la oportunidad de que un individuo analice, valore, se

cuestione, indague, compare, experimente, verifique, reinicie y fomente su pensamiento lógico, aspecto que profundiza Ramírez (2024) específicamente en el aprendizaje de la matemática.

Por su parte, Piñeiro, Castro y Castro (2019) complementa con el enfoque de una enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas que promueve aprendizajes, habilidades de pensamiento superior y una atmósfera de enseñanza basada en la experimentación, lo que permite afirmar que para resolver problemas matemáticos se deben fomentar una serie de habilidades que dependen, de la disposición del individuo resolutor (llamado así, el que resuelve el problema) y del direccionamiento de quien enseña estas habilidades a la que Piñeiro hace referencia atienden según su categorización a la comprensión, la planificación y la solución de un problema, así como las subcategorías adyacentes de uso de material concreto para modelación, atención a estilos de aprendizaje y aplicación de conceptos matemáticos.

Zona y Giraldo (2017), sostienen que la resolución de problemas como procesos de pensamiento de los sujetos están asociadas al desarrollo de habilidades de pensamiento de orden superior como: el análisis, la resolución, la toma de decisiones, entre otras, y que proporcionen oportunidades para usar el pensamiento crítico, pero este autor ratifica que el reto seguirá siendo enseñar a pensar de manera crítica.

Por su parte, Díaz y Careaga (2021), plantean la resolución de problemas como la generación de un proceso mental, en el cual el aprendiz combina variedad de elementos, conocimientos, destrezas, habilidades, capacidades, reglas y conceptos adquiridos de manera previa que admiten dar solución a una situación nueva. Se requiere superar la tendencia a la abstracción pura, buscando la aplicabilidad en la vida de quien resuelve, por lo que, hay que disminuir la brecha entre las matemáticas explicadas por el docente y las que utilizan los alumnos en la vida cotidiana

## Métodos de resolución de problemas matemáticos

A continuación, se presenta la recopilación de cinco métodos para la resolución de problemas matemáticos que han sido objeto de estudio de diferentes investigaciones en pro del mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas y del mejoramiento de ciertas pruebas estandarizadas.

## Método de Piaget

En la etapa que considera este autor como adolescencia, en la que el individuo construye sistemas y tiene un interés por los problemas inactuales que no pertenecen a sus propias vidas, elaborando teorías abstractas también se pueden resolver problemas aritméticos sin necesidad de objetos tangibles, a partir de los doce años, ya son capaces de entender un lenguaje en palabras o símbolos matemáticos, con un pensamiento formal, lo que llama Piaget hipotético-deductivo, pues tiene la habilidad de deducir las conclusiones que se extraen de las hipótesis y no solo de una observación.

> El pensamiento formal incluye reflexionar sobre las operaciones aritméticas y sustituirlos por simples proposiciones que son la traducción abstracta de las operaciones concretas desarrolladas en la infancia, por lo que el yo es lo suficientemente fuerte como para reconstruir el universo y lo suficientemente grande para incorporárselo" (Piaget, 1964).

Piaget demostró que la capacidad cognitiva y la inteligencia estaba ligada al contexto social y física del individuo, cuyas capacidades también vinculaban a los factores genéticos y que durante esta etapa se era capaz de considerar las posibles variables en un problema aritmético, nombrada como estadio de las operaciones formales.

El nivel del pensamiento formal que plantea Piaget, hace alusión a la posibilidad que tiene el sujeto de trabajar en resolución de problemas aplicando modelos de razonamiento hipotético-deductivo, incorporando hipótesis como esquema, proporcionada con la ley lógica de la necesidad, realizando una conversión entre lo real y lo posible, de acuerdo con los criterios explicativos de la acomodación y la asimilación, orientados al desarrollo del conocimiento como proceso de adaptación.

Dentro de las destrezas lógicas que plantea Piaget, se encuentra: la implicación, observando los pasos que el niño deba hacer para obtener un resultado esperado; la reversibilidad, como un resultado de un proceso que el niño quiere realizar; la generalización, abstrayendo una proposición general o generación de hipótesis; la inclusión, teniendo en cuenta conocimientos anteriores para adquirir nuevos; y la depuración, perfeccionando cada detalle (Carranza, 2019).

## Método de Polya

Polya (1971) plantea el hecho de resolver problemas como un proceso metódico y procedimental en el que el alumno utiliza su razonamiento en la búsqueda de una solución a una situación problema, concibiendo un plan de acción para llegar al resultado correcto, es así que logra crear una estrategia para describir cómo debería enseñarse y aprender la manera de resolver problemas, esta teoría heurística también se relaciona con la Metacognición (Torregrosa et al., 2020), enseñando a pensar el pensar, en donde se pone a prueba la curiosidad dando soluciones por los propios medios del aprendiz, obteniendo el encanto del descubrimiento y el disfrute del triunfo para conseguir finalmente que el alumno sienta placer por las matemáticas al adquirir un sentido para él, en su contexto.

Polya (1971) recibió numerosas exaltaciones por su trabajo en la enseñanza de las matemáticas y su importante obra investigadora, frases como: solo los grandes descubrimientos permiten resolver los grandes problemas, hay, en la solución de todo problema, un poco de descubrimiento, llevan a pensar que el ser humano se motiva en aplicar el conocimiento si en verdad se ve interesado en él.

Los estudios concernientes a la resolución de problemas, a nivel internacional y no solo en el área de las matemáticas, sino en física, química, sociales, entre otras, sin embargo, hay muchos aspectos que no han sido sistematizados y por ende tampoco son aún científicas, aunque este autor, utiliza bastantes recursos científicos en la colección de especímenes para luego analizar sus conexiones y relaciones entre ellas. Así, que se basó en los avances del método heurístico, en la psicología genética de Piaget, en la psicología cognitiva de Ausubel (1983), pero sobre todo en la psicología culturista de Vygotsky (1989).

Polya (1971) advierte que para entender una teoría se debe conocer cómo fue descubierta, de ahí su concepción de descubrimiento, dentro de sus 250 documentos matemáticos y 3 libros se promueve un acercamiento al conocimiento de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, específicamente de la resolución de problemas, dejando reflexiones al docente de matemáticas como: interés, conocimiento, lectura de las caras de los estudiantes, descubrimiento por sí mismo, actitudes mentales,

hábito del trabajo metódico, conjeturar, comprobar, rasgos del problema para su solución.

También se presente la situación por parte del estudiante al verse enfrentado a un problema matemático de sugerirse, preguntas como: ¿Entiende lo que dice el problema?, ¿cuáles son los datos?, ¿sabes a qué quieres llegar?, ¿ya habías resuelto uno parecido?, ¿cuál es la pregunta?, ¿todos los datos son relevantes? entre otras preguntas que se hará el estudiante conforme se vaya ubicando en cada uno de los cuatro pasos del método de resolución de problemas de Polya (1971), que a continuación se especifican.

El Método de cuatro pasos que Polya (1971) propone metódicamente, atiende a la necesidad del alumno y del docente de adquirir un trabajo personal del educando, en donde el maestro debe ayudarle, pero no demasiado a resolver una serie de preguntas direccionadas a entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y finalmente, mirar hacia atrás como un proceso de verificación y retroalimentación.

## Método heurístico

La Heurística (Domínguez y Espinoza, 2019) es el conjunto de métodos para establecer cuál, promete ser más efectivo a la hora de lograr alguna meta, entre una serie de diversas alternativas de acción, teniendo en cuenta que estos puedan ser diferenciados entre opciones favorables o no favorables, atendiendo a un conjunto de convicciones, sentimientos e ideas que desarrollan de manera integral la formación del individuo con la relación cognitiva y afectiva. Aporta al desarrollo de la persona para que dé lo mejor de sí, a partir de sus experiencias y vivencias para alcanzar sus metas, cuyo objetivo es preparar al alumno para vivir una vida productiva y plena, poniendo a prueba sus conocimientos y habilidades adquiridas durante el transcurso de su vida.

Además, este método se centra en el desarrollo intelectual, emocional, social, físico, creativo, hasta espiritual en la que el alumno se ve inmerso en su comunidad, capacitando a los aprendices en mirar de forma crítica los diferentes contextos culturales, religiosos, morales y políticos a los cuales pertenece.

Autores como Descartes (1993) y Leibniz (1986), dan nacimiento a la ciencia del descubrimiento, presentando relaciones entre los diversos

objetos que constituyen un problema, familiarizados con casi todas las ramas del saber de la época, permeando ciencias como la filosofía y la matemática y creando heurísticas para el desarrollo de sus trabajos.

La educación holística amplia todo el sistema educativo fomentando la responsabilidad, descargando un poco la obligación del maestro por enseñar, para que este enseñe a aprender de manera autónoma, que el individuo esté inmerso con las costumbres y creencias sociales que le rodea proporcionando elementos para que se desenvuelva en el mundo real.

En cuanto al estudiante educado bajo esta concepción, se puede decir que actúa con madurez, aprendizaje independiente, flexibilidad, creatividad, relaciones interpersonales, participación activa, toma de decisiones e interdisciplinariedad. Además, esta educación no solo va enfocada al docente y al estudiante, también al padre de familia y a la misma sociedad estableciendo entes transformadores y líderes para el progreso, porque son los padres quienes deciden abrir espacios para que sus hijos reciban la educación holística.

A continuación, se presenta el método de Vygotsky, para resolver un problema y los criterios que lo llevaron a tener la concepción de la psicología en educación.

## Método de Vygotsky

Aunque se ha tratado de investigar lo que puede realizar o resolver por sí mismo el estudiante, Vygotsky (1989) plantea la resolución de cualquier situación problema con ayuda de otro quien posee una capacidad en un nivel de desarrollo más alto, lo que él llama: Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) (1989) rescatando el nivel de desarrollo real del niño determinado por la resolución de problemas bajo la guía del adulto o en colaboración con iguales más capaces" (Vygotsky, 1989).

Así que, si un estudiante logra resolver un problema en situaciones aditivas y multiplicativas con ayuda de alguien, más adelante podrá ser capaz de resolverlo por sí mismo, teniendo como base lo que hizo en la ZDP, no tratándose de imitar sino de generalizar al interiorizar procesos cognitivos para el logro independiente.

Vygotsky (1989) no solo se destacó por el concepto de ZDP, sino que sus aportes hacia el desarrollo cognitivo estaban ligados con lo ofrecido por las herramientas psicológicas que se encuentran en el entorno del

individuo, refiriéndose a las habilidades que ya trae el estudiante y lo que puede aprender con la orientación de alguien más competente.

Así que, aunque la psicología de la educación que planteó Vygotsky (1989) es amplia frente a el desarrollo cognitivo humano, esta investigación toma referencia de la Zona de Desarrollo próximo para que el estudiante sea capaz de resolver un problema en situaciones aditivas y multiplicativas con ayuda, para que lo interiorice y lo pueda resolver más delante de manera autónoma.

A partir del análisis de las posturas de Pearl (1983), Polya (1971), Piaget (1964) y Vygotsky (1989) frente a la resolución de problemas matemáticos, la presente investigación utiliza el método de Polya para resolver este tipo de problemas, por ser tan específico y metódico al manejar los cuatro pasos.

Es preciso rescatar algunas ideas del método heurístico, para lograr un aprendizaje independiente, tener en cuenta que los estudiantes de primer grado de secundaria están en el nivel de operaciones formales que plantea Piaget, se necesita la Zona de Desarrollo Próximo (Vygotsky, 1989) para trabajar de manera colaborativa.

En cuanto a la teoría sociocultural de Vygotsky (1989), se enfoca en la interacción entre el individuo y el entorno social, estableciendo que el niño interactúa con el ambiente y que para entender su desarrollo cognoscitivo se debe tener en cuenta el proceso social, histórico y político que lo está formando, de allí el trabajo con problema contextuales, en el que el niño pueda resolver una situación que se le presente en su entorno a partir de la academia (Alarcón, 2018).

## Método Singapur

Se comenzó a desarrollar en 1965 y se ha modificado a través del tiempo, ajustándose a las necesidades de diferentes países y a los resultados obtenidos. En 1982, la editorial Marshall Cavendish Education junto con el Ministerio de Educación de Singapur, publica los primeros materiales para la enseñanza de las matemáticas en Singapur, los cuales han sido sometidos a diversas revisiones y modificaciones hasta la actualidad en diferentes países y utiliza una metodología para la enseñanza de las

matemáticas, centrada en la resolución de problemas, que ha probado ser muy efectiva (Tapia y Murillo, 2020).

Dentro del currículo de matemáticas en Singapur, prima la resolución de problemas como eje vertebrador de la enseñanza de las matemáticas, por lo que se diseña un pentágono con cinco criterios que abordan directamente la enseñanza de esta área: conceptos, procesos, metacognición, actitudes y habilidades (Ministery of Education, Singapur, 2009).

El enfoque espiral es también llamado currículo en espiral (MEN, 2016) por trabajar los mismos contenidos, pero cada vez con mayor profundidad o distinto nivel de dificultad el cual va aumentando, para que el estudiante modifique las representaciones mentales que ha venido construyendo.

El Método Singapur, encuentra sustento en la Teoría del descubrimiento de Jerome Bruner, quien afirma que el docente debe proporcionar situaciones que estimulen a los niños a descubrir por sí mismo los conceptos, relaciones y procedimientos, como parte de un todo organizado (Ccama, 2021). Los principios metodológicos del Método Singapur son tres: concreto, pictórico y abstracto, descritos a continuación:

Concreto (C), donde se utilizan una alta variedad de material manipulativo y propio del contexto de quien aprende para realizar un acercamiento a contenidos matemáticos.

Pictórico (P), donde se recrea un modelo ilustrado por medio de dibujos o imágenes, para representar las cantidades matemáticas conocidas y desconocidas, realizando esquemas de comparación para poder visualizar mejor la situación dada.

Abstracto (A): donde realizan la abstracción por medio de signos y símbolos matemáticos que evidencian el aprendizaje.

Lo anteriormente dicho es lo que Bruner, plantea como progresión CPA, o planteado por él, como los modelos de representación inactivo, icónico y simbólico, pensada principalmente para los estudiantes de los primeros años escolares en pro del desarrollo del pensamiento por nivel de formación.

En el método Singapur, La modelación o diagramación de la información en la resolución de problemas es central para la enseñanza de la matemática basada en la adquisición de habilidades y competencias que

potencian el aprendizaje. Es así, que el modelo de barras se trabaja en la escuela desde los primeros años de escolaridad, en donde es constituido mediante la manipulación de material concreto, para luego en cursos superiores profundizar en su estudio. Este proceso permite visualizar aquella información explícita e implícita en el problema, posibilitando la toma de decisiones en cuanto a la identificación de la operación matemática a utilizar para la solución de dicho problema y permitiendo realizar las mencionadas operaciones de manera natural sin pasar aún a lo abstracto.

El material concreto a utilizar son cubos encajables donde permiten realizar las barras requeridas por el problema, identificando el tamaño de la torre con las cantidades de la situación dada y el color según la parte que se quiere representar, posteriormente, realizan las barras de manera horizontal y toman en cuenta los esquemas de representación de situaciones aditivas, multiplicativas, de división, fracciones, razones, porcentajes u otro contenido, estos diagramas hacen mención a la parte pictórica del enfoque CPA. Y finalmente, pasados los momentos Concreto y Pictórico se realiza la representación abstracta, donde se aplica la respectiva operación matemática, por lo que el modelo de barras se resume en potenciar la habilidad de modelar.

## Cuadro comparativo métodos para resolución de problemas matemáticos

A continuación, se presenta la tabla 1 con las características principales de cada uno de los métodos expuestos anteriormente, con el fin de crear una comparación entre ellos, mostrando sus principales representantes, así como los pasos para abordar un problema para llegar a la solución del mismo, donde se vislumbra la necesidad de una estrategia de resolución que va más allá de un resultado.

Tabla 1
*Cuadro comparativo de cinco métodos para resolver problemas en matemáticas*

| Métodos | Representantes | Como se aborda el problema |
|---|---|---|
| Piaget | Jean Piaget (1896-1980) Psicólogo constructivista suizo cuyos pormenorizados estudios sobre el desarrollo intelectual y cognitivo del niño ejercieron una influencia trascendental en la psicología evolutiva y en la pedagogía moderna. | Se resuelve de acuerdo al periodo donde se encuentre:<br>Sensomotor<br>Preoperacional<br>Operaciones concretas<br>Operaciones formales |
| Polya | George Polya (1887-1985) matemático húngaro, Realizó contribuciones fundamentales en combinatoria, teoría de números, análisis numérico, teoría de la probabilidad, heurística y educación matemática. | Comprender el problema<br>Idear un plan<br>Ejecutar el plan<br>Mirar hacia atrás |
| Heurístico | René Descartes (1596-1650) y Gottfried Leibniz (1646-1716) con sus aportes en la teoría del descubrimiento. | Se puede elegir cualquiera de las siguientes estrategias:<br>Trabajar hacia atrás<br>Realizar un gráfico<br>Uso de material concreto<br>Por analogías<br>Por comparación<br>Uso de otros ejemplos más simples o similares<br>Uso de subproblemas<br>Subrayar<br>Entre otros. |
| Vygotsky | Lev Vygotsky (1896-1934) formuló el concepto de "zona de desarrollo potencial", entendido como "la distancia entre el nivel actual de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema. | Se busca y dispone instrumentos que puedan ser útiles en la solución.<br>Planea cómo resolver el problema a través del lenguaje y luego lleva a cabo la solución.<br>El lenguaje no sólo facilita la manipulación efectiva de objetos por parte del niño, sino que también controla su comportamiento. |

| Métodos | Representantes | Como se aborda el problema |
|---|---|---|
| Singapur | Jerome Bruner (1915-2016), Zoltan Dienes (1916-2014) y Richard Skemp (1919-1995) basados en la resolución de problemas. | Estrategia CPA:<br>Concreto: material manipulativo<br>Pictórico: representación gráfica<br>Abstracto: representación simbólica<br><br>Modelo en barras para representar cantidades y compararlas. |

Teniendo en cuenta la anterior información, se puede concluir que, la habilidad para resolver un problema, atiende a diferentes métodos basados en el estudio del desarrollo del pensamiento del individuo y de la sociedad, basados a necesidades, intereses y estilos de aprendizaje, al proceso individual que ocurre en la mente del resolutor, al obtener las competencias de comunicación, razonamiento y resolución, pasando de un lenguaje natural a uno matemático.

Finalmente, la palabra resolución apunta al proceso metacognitivo del resolutor para llegar a la solución de un problema, el para qué y el cómo son procesos mentales que los diferentes métodos aportan, para que una solución no sea el fin del problema, sino que este permita visualizar la solución de otros y quizás ir más allá de lo que se ha conseguido, con esto, se permite afirmar que, cualquier problema aunque aparentemente no se vea la solución de manera inmediata, se puede abordar utilizando estos o más métodos no lineales, es decir, que no encasillan al proceso de pensamiento individual.

## Conclusiones

A partir de esta búsqueda documental se han distinguido cinco métodos para resolver problemas matemáticos denominados: Piaget, Polya, Heurístico, Vygotsky y Singapur, cuyo punto en común se denota en el proceso metacognitivo que el resolutor realiza de manera procedimental para encontrar una solución a un problema.

Piaget y Singapur aportan de manera prioritaria el uso de material concreto como parte inherente al desarrollo cognitivo antes de otro nivel de comprensión desde el uso del propio cuerpo humano como elementos contables o manipulables por el sentido del tacto. El método heurístico y de Polya adoptan diferentes estrategias ideadas como plan que podrían ser o no, exitosas de pendiendo de la validación que refleje su reflexión, el cual, mide su propio progreso frente al alcance de metas a corto y mediano plazo, aspecto valioso del método de Vygotsky con la independencia al resolver un problema, así se deba buscar otras fuentes de información.

En síntesis, lo que tradicionalmente se llamaba análisis, operación y respuesta que no pertenece a una teoría específica, sí atiende a otros métodos que demuestran un proceso de desarrollo del pensamiento desde una etapa inicial, con saberes previos y abordaje del problema desde lo conocido hasta una etapa reflexiva y de verificación para poder validar de manera independiente su proceso.

## Proyecciones

Este documento permite aportar en el marco de la educación en la enseñanza de las matemáticas a los docentes que deseen mejorar sus prácticas pedagógicas y obtener mejores resultados en pruebas internas y externas, así como fortalecer las competencias de comunicación, razonamiento y resolución a través de procesos metacognitivos que permiten que el estudiante llegue a una respuesta acertada.

Otro aspecto importante al conocer diferentes métodos para resolver problemas matemáticos, consiste en generar ambientes de aprendizaje propicios con aprendizaje contextualizado, gestión de aula en cuanto a tiempo, recursos y didáctica, que conllevan a despertar el interés y la consecución de habilidades del pensamiento lógico matemático.

## Referencias bibliográficas

Alarcón, E. (2018). *Modelo didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático en estudiantes de tercer grado de educación secundaria de la institución educativa "San José" de Chiclayo.* https://repositorio.unprg.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12893/3474/BC-TES-TMP-2265.pdf?sequence=1&isAllowed=y (09/08/2022).

Ccama, G. (2021). Diseño y aplicación de estrategias didácticas sustentadas en la teoría por descubrimiento de Bruner, para la mejora del pensamiento crítico de los estudiantes de la Especialidad de Educación Primaria del Programa de Licenciatura en Educación Modalidad Mixta (LEMM) – Oficina de Extensión de Lima, Los Olivos – FACHSE – UNPRG. Universidad Pedro Ruiz Gallo. Perú. Recuperado de: https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/9852 (09/08/2022).

Carranza, N. (2019). Estrategias lúdicas para mejorar la resolución de problemas matemáticos en estudiantes del 5° grado de la Institución Educativa 11516". Tumán. https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/38345/Carranza_RNA.pdf?sequence=1&isAllowed=y (09/08/2022).

Domínguez, L. y Espinoza, B. (2019). *Potenciar la resolución de problemas matemáticos desarrollando habilidades de pensamiento desde una mirada heurística.* Universidad de la Costa.

MEN. (2016). *Programa para la Excelencia Docente y Académica Todos a Aprender.* Colombia.

Ministery of Education, Singapur. (2009). *Método Singapur.* Singapur.

OECD. (2018). PISA 2018 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics. OECD Publishing https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_COL_ESP.pdf (13/11/2023)

Piaget, J. (1964). *Seis estudios de psicología.* Editorial LABOR, S.A. España. Edición original: editions Gonthier.

Ramírez, M. (2024). *El uso del tangram en el desarrollo del pensamiento lógico matemático en niños del subnivel inicial II.* Universidad Técnica de Ambato facultad de ciencias humanas y de la educación carrera de educación inicial. Ecuador. Recuperado de: https://repositorio.uta.

edu.ec/bitstream/123456789/40488/1/Tesis_Ramirez%20Lisseth-signed-signed.pdf (18/02/2024).

Tapia, R. & Murillo, J. (2020). *El método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas.* Universidad Peruana Unión Facultad de Ciencias Humanas y Educación. Perú. Recuperado de: https://revistas.upeu.edu.pe/index.php/r-Muro-investigaion/article/view/1322/1659 (09/08/2022).

Véliz, M. y Gutiérrez M. (2021). Modelos de enseñanza sobre buenas prácticas docentes en las aulas virtuales. *Apert*, *13*(1), 150-165. https://doi.org/10.32870/ap.v13n1.1987.

Vygotsky, L. S. (1989). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona: Crítica.

Zhang, J., Quoquab, F. y Mohammad, J. (2024). Plástico y sostenibilidad: un análisis bibliométrico utilizando VOSviewer y CiteSpace. *Revista de Investigación Científica del Golfo Árabe*, *42*(1), 44-67. https://doi.org/10.1108/AGJSR-10-2022-0225

Zona, Jhon y Giraldo, Juan. (2017). Resolución de problemas: escenario del pensamiento crítico en la didáctica de las ciencias. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia), 13*(2). 122-150. Universidad de Caldas. Manizales, Colombia.